

構造における形態の理論について

安宅 信行

The Configuration Theory for Building Structures

Nobuyuki ATAKA

The paper describes the theories about initial shape and stress-deformation analysis we confront on designing of membrane structures. The details of the existing structures based on the theories are shown. To introduce the concept of 0 order elasticity shows that the initial shape analysis itself is contained the category of mechanics of continuous media. Furthermore, both initial shape and stress-deformation analysis are not individual themselves, but can be carried through in unity in the integrated analysis system of stress-deformation analysis contained initial stress.

Keywords : Membrane Structures, Initial Stress, Minimal Surface, Chauchy Stress, Kirchhoff Stress, Non-linear Analysis, Newton-Raphson Method

はじめに

近年建築の分野では大空間の架構技術として、薄い膜材に初期応力を導入し外力に抵抗する膜構造や、曲げ剛性のないケーブルに初期応力を作用させたケーブルネット構造、ケーブルドームなどそのほか、プレストレス、ポストストドコンクリート構造や張弦ばりなど初期応力を巧みに用いた構造システムが数多く作られるようになってきた。

これらの構造の特徴は外力が作用する以前に部材には初期応力が存在し、形態は初期応力の釣合の上に安定していることである。

この初期応力の存在が構造上きわめて重要であるが、初期応力の扱いに不慣れな点や基礎理論が見透しにくい点もあって、設計や解析および施工の面で通常の構造物よりも難しいと考えられているところがある。

ここでは形状解析問題の基礎理論を連続体の力学に基づいて定式化し、そこで、0次弾性体という新たな材質的な概念を導入することによって、形状解析問題もこれまで慣れ、親しんでいる弾性体の力学の応力変形解析と同じように扱えることを示す。また、この問題の本質を知るために解析的な定式化を行い、この問題がどのような範疇に属する問題であるかを明らかにする。さらに、それを応用した数値解析例を提示する。

数値解析に使用する手法は線形問題を対象にする場合にも、後の解析との整合性をはかる意味で非線形方程式の解法であるニュートン・ラフソン法を用いている。

1. 基本的な関係

1.1 3次元空間の問題

変形後の釣合状態における曲面上の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

$$\mathbf{R} = \mathbf{z}^m (\Lambda^k) \mathbf{e}_m \quad (1.01)$$

ただし、

\mathbf{e}_m : 直交座標系の基底ベクトル

\mathbf{z}^m : 直交座標系 ($m=1, 2, 3$)

Λ^k : 一般座標系 ($a=1, 2, 3$)

また、曲線座標系の基底ベクトルを次のように定義する。

$$\mathbf{G}_k = \partial \mathbf{R} / \partial \Lambda^k \quad (1.02)$$

このとき、基本計量テンソルは次のように定義される。

$$G_{kj} = G_k \cdot G_j \quad (1.03)$$

また,

$$G = |G_{kj}| \quad (1.04)$$

基本計量テンソルの反変テンソルは

$$G^{kj} = \text{Cofactor } |G_{kj}| / G \quad (1.05)$$

また, 変形前の釣合状態における曲面上の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

$$r = Z^m (\Lambda^k) e_m \quad (1.06)$$

変形後の場合と同様に基底ベクトルを次のように定義される。

$$g_k = \partial r / \partial \Lambda^k \quad (1.07)$$

このとき, 基本計量テンソルは次のように定義される。

$$g_{kj} = G_k \cdot G_j \quad (1.08)$$

また,

$$g = |g_{kj}| \quad (1.09)$$

基本計量テンソルの反変テンソルは

$$g^{kj} = \text{Cofactor } |g_{kj}| / g \quad (1.10)$$

このとき, ひずみは次のように定義される。

$$\gamma_{kj} = (1/2) (G_{kj} - g_{kj}) \quad (1.11)$$

また, 仮想ひずみは次のように表わされる。

$$\delta \gamma_{kj} = (1/2) \delta G_{kj} \quad (1.12)$$

微小体積要素は

$$dv = \sqrt{G} d\Lambda^1 d\Lambda^2 d\Lambda^3 \quad (1.13)$$

のように表わされる。このとき, この面積要素の変分は

$$\delta \sqrt{G} = (1/2) G^{kj} \delta G_{kj} \sqrt{G} \quad (1.14)$$

のように表わされる。また, 質量保存は次のよ

うに表現される

$$\delta (\rho dv) = \delta (\rho \sqrt{G} d\Lambda^1 d\Lambda^2 d\Lambda^3) = 0 \quad (2.15)$$

ここに, ρ : Density of Mass

1.2 空間上の曲面の問題

変形後の釣合状態における曲面上の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

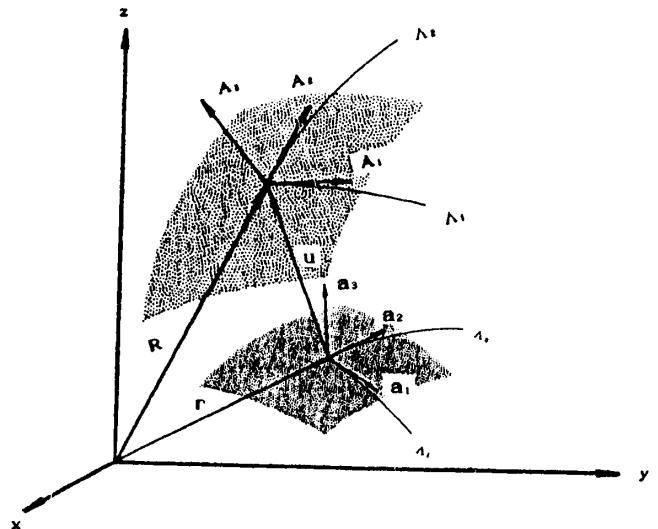
$$R = Z^m (\Lambda^a) e_m \quad (1.16)$$

ただし,

e_m : 直交座標系の基底ベクトル

Z^m : 直交座標系 ($m=1, 2, 3$)

Λ^a : 一般座標系 ($a=1, 2$)



また, 曲線座標系の基底ベクトルを次のように定義する。

$$A_a = \partial R / \partial \Lambda^a \quad (1.17)$$

このとき, 基本計量テンソルは次のように定義される。

$$A_{ab} = A_a \cdot A_b \quad (1.18)$$

また,

$$A = |A_{ab}| \quad (1.19)$$

基本計量テンソルの反変テンソルは

$$A^{ab} = \text{Cofactor } |A_{ab}| / A \quad (1.20)$$

また、変形前の釣合状態における曲面上の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

$$\mathbf{r} = z^m_0 (\Lambda^a) \mathbf{e}_m \quad (1.21)$$

変形後の場合と同様に基底ベクトルを次のように定義される。

$$\mathbf{a}_a = \partial \mathbf{r} / \partial \Lambda^a \quad (1.22)$$

このとき、基本計量テンソルは次のように定義される。

$$a_{ab} = \mathbf{a}_a \cdot \mathbf{a}_b \quad (1.23)$$

また、

$$a = |a_{ab}| \quad (1.24)$$

基本計量テンソルの反変テンソルは

$$a^{ab} = \text{Cofactor } |a_{ab}| / a \quad (1.25)$$

このような関係を用いて定式化する。

ひずみは次のように定義される。

$$\gamma_{ab} = (1/2) (A_{ab} - a_{ab}) \quad (1.26)$$

また、仮想ひずみは次のように表わされる。

$$\delta \gamma_{ab} = (1/2) \delta A_{ab} \quad (1.27)$$

微小面積要素は

$$ds = \sqrt{A} d\Lambda^1 d\Lambda^2 \quad (1.28)$$

のように表わされる。このとき、この面積要素の変分は

$$\delta \sqrt{A} = (1/2) A^{ab} \delta A_{ab} \sqrt{A} \quad (1.29)$$

のように表わされる。

1.3 空間上の線分の問題

変形後の釣合状態における線分の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

$$\mathbf{R} = z^m (\Lambda^i) \mathbf{e}_m \quad (1.30)$$

ただし、

\mathbf{e}_m : 直交座標系の基底ベクトル

z^m : 直交座標系 ($m=1, 2, 3$)

Λ^i : 一般座標系 (線分方向)

また、曲線座標系の基底ベクトルを次のように定義する。

$$\mathbf{B}_i = \partial \mathbf{R} / \partial \Lambda^i \quad (1.31)$$

このとき、基本計量テンソルは次のように定義される。

$$B_{ii} = \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{B}_i \quad (1.32)$$

また、

$$L = |B_{ii}| \quad (1.33)$$

また、変形前の釣合状態における曲面上の任意の点の位置ベクトルを次のように表わす。

$$\mathbf{r} = z^m_0 (\Lambda^i) \mathbf{e}_m \quad (1.34)$$

変形後の場合と同様に基底ベクトルを次のように定義される。

$$\mathbf{b}_i = \partial \mathbf{r} / \partial \Lambda^i \quad (1.35)$$

このとき、基本計量テンソルは次のように定義される。

$$b_{ii} = \mathbf{b}_i \cdot \mathbf{b}_i \quad (1.36)$$

また、

$$\ell = |b_{ii}| \quad (1.37)$$

ひずみは次のように定義される。

$$\gamma_{ii} = (1/2) (B_{ii} - b_{ii}) \quad (1.38)$$

また、仮想ひずみは次のように表わされる。

$$\delta \gamma_{ii} = (1/2) \delta B_{ii} \quad (1.39)$$

線素は

$$d c = \sqrt{L} d \Lambda^1 \quad (1.40)$$

ように表わされる。

2. 連続体の力学

2.1 連続体力学の基本式

連続体の力学的な挙動は次に示す諸式によって完全に記述される。なお、記述の厳密性を期する意味からテンソル理論に基づいて一般座標系を用いて表現する。

1. 釣合方程式 (領域内)

$$\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial}{\partial \Lambda^k} (\sqrt{G} t^k) + \rho f = 0 \quad (2.01)$$

$$\text{および} \quad G_k \times t^k = 0 \quad (2.02)$$

2. ひずみ-変位 (形状) 関係 (領域内)

$$\gamma_{kj} = (1/2) (G_{kj} - g_{kj}) \quad (2.03)$$

3. 構成方程式 (応力ひずみ関係) (領域内)

$$\tau^{ij} = H (\gamma_{kl}) \quad (2.04)$$

4. 力学的境界条件 (力学的境界上)

$$t = t_D \quad (2.05)$$

5. 幾何学的境界条件 (幾何学的境界上)

$$D = D_0 \quad (2.06)$$

ここに,

t^k : Stress Vector (= $\tau^{kj} G_j$) (unknown)
 $H (\gamma_{kl})$: ひずみ γ_{kl} の既知の関数 (known)

t_D : Boundary Stress Vector (known)

$t_D = \tau_D^{kj} n_k G_j$

τ_D^{kj} : Boundary Stress Tensor (known)

f : Gravity Acceleration Vector (known)

ρ : Density of Mass

G_{kj} : Fundamental Metric Tensor after Deformation

g_{kj} : Fundamental Metric Tensor before Deformation

n_k : Covariant Component of Unit Normal Vector for the Boundary

D_0 : Displacements on the Boundary (known)

未知数は力学的、幾何学的境界条件を満足する3つの変位、6つの応力および6つのひずみの計15個である。これに対し、方程式は釣合方程式(2.01) 3本、ひずみ-変位関係式(2.03) 6本および構成方程式6本の計15本の方程式が対応しており、連続体の挙動は完全に規定される。

2.2 連続体力学の変分原理

(1) Cauchy 応力で表現した場合

釣合方程式(2.01)と力学的境界条件式(2.05)から仮想仕事の原理が導かれる。

$$\begin{aligned} & - \iiint \left[\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial}{\partial \Lambda^k} (\sqrt{G} t^k) + \rho f \right] \delta R d v \\ & + \iint (t - t_D) \delta R d s = 0 \end{aligned} \quad (2.07)$$

これを、部分積分法と Green-Gauss の定理を用いて変形すると,

$$\begin{aligned} & \iiint \left[(1/2) \tau^{kj} \delta G_{kj} + \rho f \delta R \right] d v \\ & + \iint t_D \delta R d s = 0 \end{aligned} \quad (2.08)$$

となる。さらに、ひずみの概念を導入することによって次のようになる。

$$\iiint \left[\tau^{kj} \delta \gamma_{kj} + \rho f \delta R \right] dV + \iint t_D \delta R ds = 0 \quad (2.09)$$

式(2.08),あるいは式(2.09)が一般の連続体の仮想仕事の原理である。さらに,構成方程式を用いると,

$$\iiint \left[H^{kj} \delta \gamma_{kj} + \rho f \delta R \right] dV + \iint t_D \delta R ds = 0 \quad (2.10)$$

が導かれる。

(2) Kirchhoff 応力で表現した場合

式(2.09)は体積要素,面積要素に変分の対象になる関数を含んでおり,このままの状態で解析を進めることが困難であるので,固体の力学ではしばしば Chauchy 応力を Kirchhoff 応力に変換し,変形前の体積要素,面積要素を対象にした積分に変換する手法が取られている。ここでもこの手法を導入すると,

$$\iiint \left[s^{kj} \delta \gamma_{kj} + \rho_0 f \delta R \right] dV_0 + \iint t_{D0} \delta R ds_0 = 0 \quad (2.11)$$

ここに,下付き添字の(0)は変形前の量を表わす。すなわち,

$$dV_0 = \sqrt{g} d\Lambda^1 d\Lambda^2 d\Lambda^3 \quad (2.12)$$

また, Kirchhoff 応力(s^{kj})と Chauchy 応力(τ^{kj})との間には次の関係式が成り立っている。

$$\sqrt{g} s^{kj} = \sqrt{G} \tau^{kj} \quad (2.13)$$

また,表面力については次式が成り立っている。

$$t_D ds = t_{D0} ds_0 \quad (2.14)$$

3. 形態の力学

3.1 形態力学の定義

連続体の力学において,連続体が弾性体で構成されているときには構成方程式(2.04)は次のように表現される。

$$s^{kj} = E^{kjlm} \gamma_{lm} \quad (3.01)$$

ここに, E^{kjlm} :弾性係数

このような物質を対象にした力学を弾性体の力学といい,この理論を弾性理論という。

さて,上述のことがらを考慮して,構成方程式(2.04)が一般に次のように表現されるとき

$$\tau^{kj} = H^{kj} \quad (3.02)$$

ここに, H^{kj} :形態係数あるいは0次弾性係数

このような物質を0次弾性体と定義し,このような物質を対象にした力学を形態の力学といい,この理論を形態の理論と定義する。

H^{kj} は初期応力に相当し,解析に当たって既知量として扱われる。

3.2 0次弾性体の特徴

通常連続体では物質があらかじめ存在し,その実体に合うように構成方程式が記述される。しかし,ここでは物質の実体が明かにされないまま構成方程式が式(3.02)で表現されているので,この物質の特性あるいはその挙動を理解しにくい,ここでは自然界にある実在の物質との関係を明らかにすることによって,議論をより具体的にすると共に,この物質の特性を明らかにする。

Prager によれば粘性流体の構成方程式は次のように記述される。

$$\tau^{kj} = -p \delta^{kj} + \lambda v^{mm} \delta^{kj} + \mu \delta^{kj} \quad (3.03)$$

ここに、 λ , μ は粘性係数であり、 v は速度である。
ここで、 $v = 0$ すなわち、静止状態の時には式(3.03)は

$$\tau^{kj} = -p \delta^{kj} \quad (3.04)$$

ここに、 δ^{kj} : クロネッカーのデルタで、
 $\delta^{kj} = 1 \quad (k=j) \quad \delta^{kj} = 0 \quad (k \neq j)$
 p : 圧力 (定数)

となる。これは理想流体の構成方程式と考えられる。式(3.04)と式(3.02)とを比較すると、いずれも2階の反変テンソルで結ばれたテンソル方程式であり、式(3.04)は式(3.02)の特殊な場合、すなわち、理想流体は等方性のO次弾性体に相当することが分かる。このことから、O次弾性体とは流体を一般化した材質的な概念であることが明かとなる。

3.3 領域内の体積の極値問題

構成方程式(3.02)において、 $H^{kj} = p G^{kj}$ とすると、構成方程式は次のように表現される。

$$\tau^{kj} = p G^{kj} \quad (3.05)$$

これは、一般座標系における等方性O次弾性体である。仮に、変形後の座標系が直交するように取ると、

$$G^{kj} = \delta^{kj} \quad (3.06)$$

となり、構成方程式は式(3.04)と一致し、理想流体の場合に相当する。

さて、構成方程式(3.05)を仮想仕事の式(2.08)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \iiint \left[(1/2) p G^{kj} \delta G_{kj} \right. \\ & \left. + \rho f \delta R \right] dv + \iint t_D \delta R ds = 0 \end{aligned} \quad (3.07)$$

となる。式(3.07)の第1項はひずみによる、第2項は物体力による、また、第3項は力学的境界上に作用する表面力による仮想仕事を表わしている。

ここでは第1項の被積分部分に注目する。式(1.13)と式(2.14)を用いて変形すると、

$$\begin{aligned} & (1/2) p G^{kj} \delta G_{kj} dv \\ & = (1/2) p G^{kj} \delta G_{kj} \sqrt{G} d\Lambda^1 d\Lambda^2 d\Lambda^3 \\ & = p \delta \sqrt{G} d\Lambda^1 d\Lambda^2 d\Lambda^3 \\ & = p \delta (dv) \end{aligned} \quad (3.08)$$

となる。式(3.08)を式(3.07)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \iiint \left[p \delta (dv) + \rho f \delta R dv \right] \\ & + \iint t_D \delta R ds = 0 \end{aligned} \quad (3.09)$$

式(3.09)の第1項はひずみによる仮想仕事を表わしており、体積の変分表わしている。この式から問題が領域内の体積の極値を求める問題に変換されたことを示している。これは2次元問題に対しては領域内の面積の極値を求める問題、すなわち、極小曲面問題になることを示し、また、1次元問題に対しては長さの極値を求める問題、すなわち、測地線問題になることを意味している。

さて、物体力 f がポテンシャル Φ から求められるときには、すなわち

$$\delta \Phi = -f \delta R \quad (3.10)$$

のときには、これと質量保存の条件から、式(3.09)は次のように表現される。

$$\begin{aligned} & -\delta \iiint (p + \rho \Phi) dv \\ & + \iint t_D \delta R ds = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

この式は理想流体の静的な状態におけるエネルギーの収支を表わした **Bernoulli 定理** にほかならない。ただし、圧力の方向を流体の場合の表現に合わせて負号を付けている。

3.4 形状解析の線形化

構成方程式(3.02)において,

$$H^{kj} = \sqrt{g} h^{kj} / \sqrt{G} \quad (3.12)$$

とすると, 構成方程式は次のように表現される。

$$s^{kj} = h^{kj} \quad (3.13)$$

ここに, h^{kj} : Kirchhoff 応力に対する形状係数あるいは0次弾性係数である。

さて, 構成方程式(3.13)を仮想仕事の式(2.11)に代入すると,

$$\begin{aligned} \iiint \left[h^{kj} \delta \gamma_{kj} + \rho_0 f \delta R \right] d v_0 \\ + \iint t_{00} \delta R d s_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで, h^{kj} は既知の定数として扱われる。式(3.14)の変分原理は形状解析の線形理論を誘導するのに用いられる。

4. 形態力学の応用

4.1 膜構造の形状解析

(1) 極小曲面問題

膜構造の初期の釣合形状は式(3.09)あるいは式(3.11)を2次元化し, 極小曲面問題として定式する事が出来るが, ここでは式(3.09)に基づいて定式化する。

$$\begin{aligned} \delta \iint_S n \sqrt{A} d \Lambda^a \Lambda^b \\ + \iint_S F^k \delta u_k \sqrt{A} d \Lambda^a \Lambda^b = 0 \end{aligned} \quad (4.01)$$

ここに,

n : 形状解析して得られた(変形後の)曲面を基準にした膜の初期応力 (Chauchy 応力)

F^k : 形状解析して得られた(変形後の)曲面を基準にした膜の初期表面力
 u_k : 初期仮定形状からの変位ベクトル

ただし, ここでは表現を簡潔にするために物体力を省略している。

(2) 膜の形状解析の線形化

膜構造の形状解析の線形理論は式(3.14)を2次元化する事によって次のように導かれる。

$$\begin{aligned} \iint_{S_0} h_0^{ab} \delta \gamma_{ab} \sqrt{a} d \Lambda^a \Lambda^b \\ - \iint_{S_0} f_0^k \delta u_k \sqrt{a} d \Lambda^a \Lambda^b = 0 \end{aligned} \quad (4.02)$$

ここに,

h_0^{ab} : Kirchhoff 応力に対応する形態係数あるいは0次弾性係数
 f_0^k : 変形前の曲面を基準にした表面力

4.2 ケーブル構造の形状解析

(1) 最短線 (測地線) の問題

ケーブル構造の初期の釣合形状は式(3.09)あるいは式(3.11)を1次元化し, 最短線問題として定式する事が出来るが, ここでは式(3.09)に基づいて定式化する。

$$\begin{aligned} \delta \int_{\ell_0} n \sqrt{L} d \Lambda^1 \\ - \int_{\ell_0} F^k \delta u_k \sqrt{L} d \Lambda^1 = 0 \end{aligned} \quad (4.03)$$

ここに,

n : 形状解析して得られた(変形後の)曲面を基準にした膜の初期応力 (Chauchy 応力)
 F^k : 形状解析して得られた(変形後の)曲面を基準にした膜の初期表面力
 u_k : 初期仮定形状からの変位ベクトル

ただし, ここでは表現を簡潔にするために物体

力を省略している。式(4.03)は2点間を結ぶ長さを最小にする問題として古くから研究されている。

(2) ケーブルの形状解析の線形化

ケーブル構造の形状解析の線形理論は式(3.14)を1次元化する事によって次のように導かれる。

$$\int_{\Omega_0} h_0 \delta \gamma_{11} \sqrt{\ell} d\Lambda^1 - \int_{\Omega_0} f_0^k \delta u_k \sqrt{\ell} d\Lambda^1 = 0 \quad (4.04)$$

ここに、

h_0 : Kirchhoff 応力に対応する形態係数あるいは0次弾性係数

f_0^k : 変形前の線分を基準にした表面力

5. 解析的手法による定式化

ここではこれまでの定式化を直交座標系を用いて解析的な手法で問題を定式化し、得られた方程式の形から、この問題の本質を捉えようとするものである。

5.1 膜構造への適用

変形前に $x-y$ 平面の任意の点における位置ベクトルを次のように定義する。

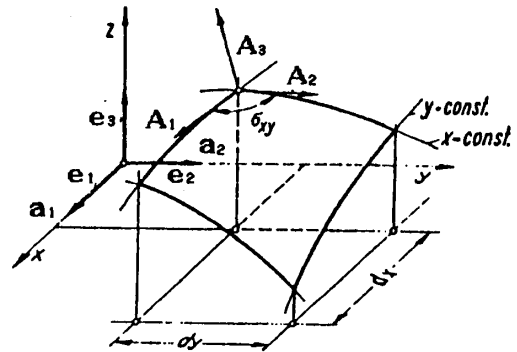
$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 \quad (5.01)$$

ここに、 x, y は平面上の独立変数である。また、この点の変形後位置ベクトルは次のようになる。

$$\mathbf{R} = x \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 + z(x, y) \mathbf{e}_3 \quad (5.02)$$

ここで、未知関数は $z(x, y)$ である。変形前と後の基底ベクトルはそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= \mathbf{r}_{,1} = \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{a}_2 &= \mathbf{r}_{,2} = \mathbf{e}_2 \end{aligned} \quad (5.03)$$



$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{R}_{,1} = \mathbf{e}_1 + z_{,1} \mathbf{e}_3 \quad (5.04)$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{R}_{,2} = \mathbf{e}_2 + z_{,2} \mathbf{e}_3$$

ただし、添字 (1), (2) はそれぞれ x, y に関する偏微分を意味する。さらに、変形前と後の基本計量テンソルは

$$a_{11} = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = 1$$

$$a_{22} = \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_2 = 1 \quad (5.05)$$

$$a_{12} = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = 0$$

$$A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{12} = 1 \quad (5.06)$$

$$A_{11} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1 = 1 + (z_{,1})^2$$

$$A_{22} = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_2 = 1 + (z_{,2})^2 \quad (5.07)$$

$$A_{12} = z_{,1} \cdot z_{,2}$$

$$\begin{aligned} A &= A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{12} \\ &= 1 + (z_{,1})^2 + (z_{,2})^2 \end{aligned} \quad (5.08)$$

ひずみテンソルは

$$\gamma_{11} = (1/2) (A_{11} - a_{11}) = (1/2) (z_{,1})^2$$

$$\gamma_{22} = (1/2) (A_{22} - a_{22}) = (1/2) (z_{,2})^2$$

$$\gamma_{12} = (1/2) (A_{12} - a_{12}) = (1/2) z_{,1} \cdot z_{,2}$$

(1) 極小曲面問題

式(4.01)で表面力を考えなければ,

$$\begin{aligned} & \delta \int_S \sqrt{A} d\Lambda^a \Lambda^b \\ &= \delta \int_S \sqrt{1 + (z_{,1})^2 + (z_{,2})^2} dx dy \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

これは古くから研究されてきた、1つの閉曲線に囲まれた曲面の中で最小の面積を求めるいわゆる極小曲面問題の汎関数に他ならない。

(1) 膜の形状解析の線形化

これらの諸量を式(4.02)に導入し、形状係数(あるいは0次弾性係数)を

$$h_{0ab} = \delta_{ab} \quad (5.11)$$

とし、表面力を考えなければ、式(4.02)は

$$\begin{aligned} & \int_S \delta_{ab} \gamma_{,1} \sqrt{A} d\Lambda^a \Lambda^b \\ &= \delta \int_S \left[(1/2) h_{0ab} \left\{ (z_{,1})^2 + (z_{,2})^2 \right\} \right] dx dy = 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

極値を与える関数の満足すべき条件として、オイラー・ラグランジュの方程式は次のようになる。

$$z_{,11} + z_{,22} = 0 \quad (5.13)$$

これはよく知られたラプラスの方程式である。なお、ここに、物体力を考慮するとポアソンの方程式が得られる。

このように形状解析の等方性0次弾性膜の問題は厳密には変分学の極小曲面問題であ

(5.09)

り、Kirchhoff応力を考慮した線形問題はラプラス方程式を解くことになる。

ここで、曲面を有限要素に分割し、未知関数 $z(x, y)$ を内挿関数によって要素の節点の z 座標値と結ぶつけると、すなわち、

$$z = N(x, y) \cdot z_n \quad (5.14)$$

ここに、 $N(x, y)$ は内挿関数であり、 z_n は要素節点の z 座標値を含むベクトルを示している。このようにすると節点に1自由度に z_j を持つ有限要素法で直接解くことが出来る。

5.2 ケーブル構造への適用

変形前に x 軸の任意の点における位置ベクトルを次のように定義する。

$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_1 \quad (5.15)$$

ここに、 x は x 軸に沿った独立変数である。また、この点の変形後の位置ベクトルは次のようになる。

$$\mathbf{R} = x \mathbf{e}_1 + y(x) \mathbf{e}_2 + z(x) \mathbf{e}_3 \quad (5.16)$$

ここで、未知関数は $y(x)$ と $z(x)$ である。変形前と後の基底ベクトルは、それぞれ

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{r}_{,1} = \mathbf{e}_1 \quad (5.17)$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{R}_{,1} = \mathbf{e}_1 + y_{,1} \mathbf{e}_2 + z_{,1} \mathbf{e}_3 \quad (5.18)$$

ただし、添字 (1) はそれぞれ x に関する微分を意味する。

さらに、変形前と後の基本計量テンソルは

$$a_{11} = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = 1 \quad (5.19)$$

$$\ell = a_{11} = 1 \quad (5.20)$$

$$A_{11} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1 = 1 + (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \quad (5.21)$$

$$L = A_{11} = 1 + (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \quad (5.22)$$

ひずみテンソルは

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= (1/2) (A_{11} - a_{11}) \\ &= (1/2) \{ (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \} \end{aligned} \quad (5.23)$$

(1) 最短線 (測地線) の問題

式(4.03)で表面力を考えなければ, 式(5.15)-(5.23)を用いて,

$$\begin{aligned} & \delta \int_{\ell_0} n \sqrt{L} d\Lambda^1 \\ &= \delta \int_{\ell_0} n \sqrt{1 + (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2} dx dy \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

これは古くから研究されてきた, 2つの点を結ぶ線分の最小値を求める, いわゆる最短線問題の汎関数にほかならない。

(1) ケーブルの形状解析の線形化

式(4.04)で表面力を考えなければ, 式(5.15)-(5.23)を用いて,

$$\begin{aligned} & \int_{\ell_0} h_0 \delta r_{11} \sqrt{\ell} d\Lambda^1 \\ &= \delta \int_{\ell_0} (1/2) h_0 \left[(y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \right] dx dy \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

となる。これに極値を与える関数の満足すべき条件としてはオイラーの方程式は次のようになる。

$$y_{,11} = 0 \quad z_{,11} = 0 \quad (5.26)$$

これは曲率を持たない, すなわち直線になることを示している。

6. 有限要素法による定式化

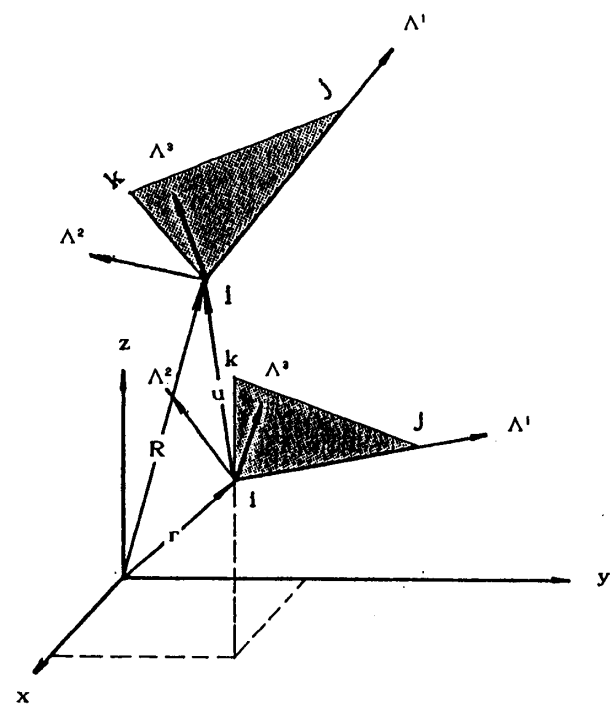
6.1 膜構造への適用

これまでに形状解析の理論とそれから導かれる方程式について解説してきた。ここではこれらの理論を実際の有限要素法でどのように利用するかを具体的に示そう。

有限要素の変形前の任意の点における位置ベクトルを次のように定義する。

$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 + z \mathbf{e}_3 \quad (6.01)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } x &= x(\Lambda^1, \Lambda^2) \\ y &= y(\Lambda^1, \Lambda^2) \\ z &= z(\Lambda^1, \Lambda^2) \end{aligned} \quad (6.02)$$



Λ^1, Λ^2 は要素面内の局所座標系とする。なお, これらの座標値は内挿関数によって要素の節点座標値と結ぶつけられている。すなわち,

$$\begin{aligned} x &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot x_n \\ y &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot y_n \\ z &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot z_n \end{aligned} \quad (6.03)$$

ここに, $N(\Lambda^1, \Lambda^2)$ は内挿関数であり, x_n, y_n, z_n は要素節点の座標値を含むベクトルを示している。

また, この点の変形後位置ベクトルは次のようになる。

$$\mathbf{R} = (x + u) \mathbf{e}_1 + (y + v) \mathbf{e}_2 + (z + w) \mathbf{e}_3 \quad (6.04)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } u &= u(\Lambda^1, \Lambda^2) \\ v &= v(\Lambda^1, \Lambda^2) \end{aligned} \quad (6.05)$$

$$w = w(\Lambda^1, \Lambda^2)$$

なお、これらの座標値は内挿関数によって要素の節点変位と結びつけられている。すなわち、

$$\begin{aligned} u &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot u_n \\ v &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot v_n \\ w &= N(\Lambda^1, \Lambda^2) \cdot w_n \end{aligned} \quad (6.06)$$

u_n, v_n, w_n は要素節点の変位を含むベクトルを示している。

変形前と変形後の基底ベクトルはそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= \mathbf{r}_{,1} = x_{,1} \mathbf{e}_1 + y_{,1} \mathbf{e}_2 + z_{,1} \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{a}_2 &= \mathbf{r}_{,2} = x_{,2} \mathbf{e}_1 + y_{,2} \mathbf{e}_2 + z_{,2} \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (6.07)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \mathbf{R}_{,1} = (x_{,1} + u_{,1}) \mathbf{e}_1 \\ &\quad + (y_{,1} + v_{,1}) \mathbf{e}_2 + (z_{,1} + w_{,1}) \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{A}_2 &= \mathbf{R}_{,2} = (x_{,2} + u_{,2}) \mathbf{e}_1 \\ &\quad + (y_{,2} + v_{,2}) \mathbf{e}_2 + (z_{,2} + w_{,2}) \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (6.08)$$

ただし、添字 $(,1), (,2)$ はそれぞれ Λ_1, Λ_2 に関する偏微分を意味する。

さらに、変形前と後の基本計量テンソルは

$$\begin{aligned} a_{11} &= \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = (x_{,1})^2 + (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \\ a_{22} &= \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_2 = (x_{,2})^2 + (y_{,2})^2 + (z_{,2})^2 \\ a_{12} &= \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = (x_{,1}) \cdot (x_{,2}) + (y_{,1}) \cdot (y_{,2}) + (z_{,1}) \cdot (z_{,2}) \end{aligned} \quad (6.09)$$

$$a = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{12}$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1 = (x_{,1} + u_{,1})^2 + (y_{,1} + v_{,1})^2 + (z_{,1} + w_{,1})^2 \\ A_{22} &= \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_2 = (x_{,2} + u_{,2})^2 + (y_{,2} + v_{,2})^2 + (z_{,2} + w_{,2})^2 \\ A_{12} &= \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 = (x_{,1} + u_{,1}) \cdot (x_{,2} + u_{,2}) \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} &+ (y_{,1} + v_{,1}) \cdot (y_{,2} + v_{,2}) \\ &+ (z_{,1} + w_{,1}) \cdot (z_{,2} + w_{,2}) \end{aligned}$$

$$A = A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{12}$$

ひずみテンソルは

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= (1/2) (A_{11} - a_{11}) \\ \gamma_{22} &= (1/2) (A_{22} - a_{22}) \\ \gamma_{12} &= (1/2) (A_{12} - a_{12}) \end{aligned} \quad (6.11)$$

(1) 極小曲面の問題

これらの諸量を式(4.01)に導入すると、極小曲面の基本式が得られる。これは非線形方程式となるので通常はニュートンラフソン法で解かれる。

(2) 膜の形状解析の線形化

これらの諸量を式(4.02)に導入し、形状係数あるいは0次弾性係数 h^{ab} を適切な膜力として与えることにより、線形の連立方程式が得られる。 h^{ab} は縦横異なったいわゆる異方性の場合についても解くことが出来る。

この手法は通常の幾何学的非線形を考慮した変形解析などと同じプロセスであり、そのようなプログラムがあれば形状係数を組み込むだけで形状解析を行なうことが出来る。

6.2 ケーブル構造への適用

有限要素の変形前の任意の点における位置ベクトルを次のように定義する。

$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 + z \mathbf{e}_3 \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \quad x &= x(\Lambda^1) \\ y &= y(\Lambda^1) \\ z &= z(\Lambda^1) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Λ_1 は要素軸に沿った局所座標系とする。なお、これらの座標値は内挿関数によって要素の節点座標値と結びつけられている。すなわち、

$$\begin{aligned} x &= N(\Lambda^1) \cdot x_n \\ y &= N(\Lambda^1) \cdot y_n \\ z &= N(\Lambda^1) \cdot z_n \end{aligned} \quad (6.14)$$

ここに、 $N(\Lambda')$ は内挿関数であり、 x_n, y_n, z_n は要素節点の座標値を含むベクトルを示している。

また、この点の変形後位置ベクトルは次のようになる。

$$\mathbf{R} = (x + u) \mathbf{e}_1 + (y + v) \mathbf{e}_2 + (z + w) \mathbf{e}_3 \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \quad u &= u(\Lambda') \\ v &= v(\Lambda') \\ w &= w(\Lambda') \end{aligned} \quad (6.16)$$

なお、これらの座標値は内挿関数によって要素の節点変位と結びつけられている。すなわち、

$$\begin{aligned} u &= N(\Lambda') \cdot u_n \\ v &= N(\Lambda') \cdot v_n \\ w &= N(\Lambda') \cdot w_n \end{aligned} \quad (6.17)$$

u_n, v_n, w_n は要素節点の変位を含むベクトルを示している。

変形前と後の基底ベクトルはそれぞれ

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{r}_{,1} = x_{,1} \mathbf{e}_1 + y_{,1} \mathbf{e}_2 + z_{,1} \mathbf{e}_3 \quad (6.18)$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{R}_{,1} = (x_{,1} + u_{,1}) \mathbf{e}_1 + (y_{,1} + v_{,1}) \mathbf{e}_2 + (z_{,1} + w_{,1}) \mathbf{e}_3 \quad (6.19)$$

ただし、添字 $(,1)$ は Λ' に関する微分を意味する。さらに、変形前と後の基本計量テンソルは

$$a_{11} = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = (x_{,1})^2 + (y_{,1})^2 + (z_{,1})^2 \quad (6.20)$$

$$\ell = a_{11} \quad (6.21)$$

$$A_{11} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1 = (x_{,1} + u_{,1})^2 + (y_{,1} + v_{,1})^2 + (z_{,1} + w_{,1})^2 \quad (6.22)$$

$$L = A_{11} \quad (6.23)$$

ひずみテンソルは

$$\gamma_{11} = (1/2) (A_{11} - a_{11}) \quad (6.24)$$

(1) 最短線（測地線）の問題

これらの諸量を式(5.24)に導入すると、最短線の基本式が得られる。これは非線形方程式となるので通常はニュートンラフソン法で解かれる。

(2) ケーブルの形状解析の線形化

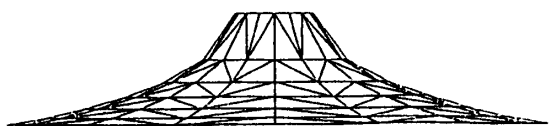
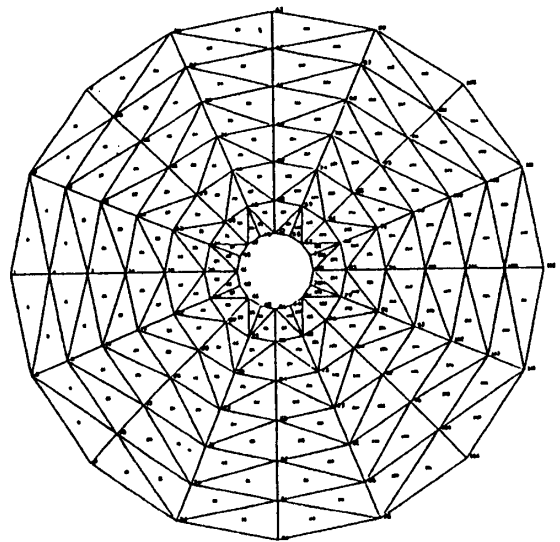
これらの諸量を式(5.25)に導入し、形状係数あるいは0次弾性係数 h_0 を適切な軸力として与えることにより、線形の連立方程式が得られる。

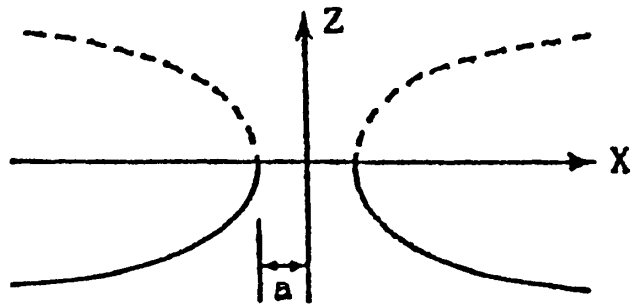
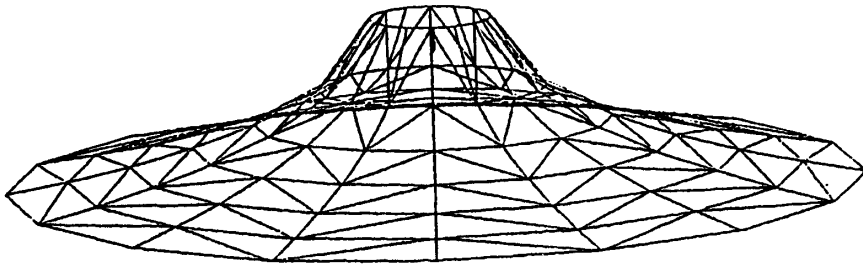
7. 数値解析例

7.1 サスペンション形の膜構造

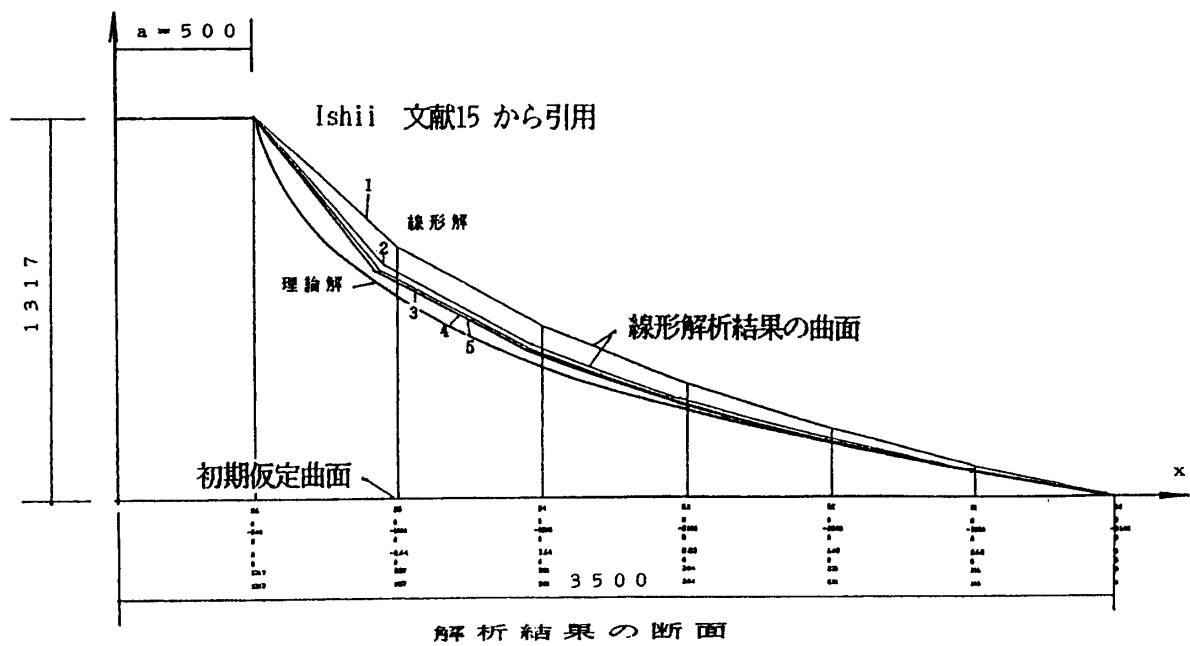
(1) カテナイド (1)

このモデルはIshiが文献15の中に提示したものである。これを参考にして今回行った線形解析との比較を試みる。図中の1,2,3,4,5の番号は線形解析の結果得られた形態を順次、次のステップの初期値として、解析を進めた順番である。この場合、最初の初期値は平面で、これを中央部で所定の位置まで強制変位させている。



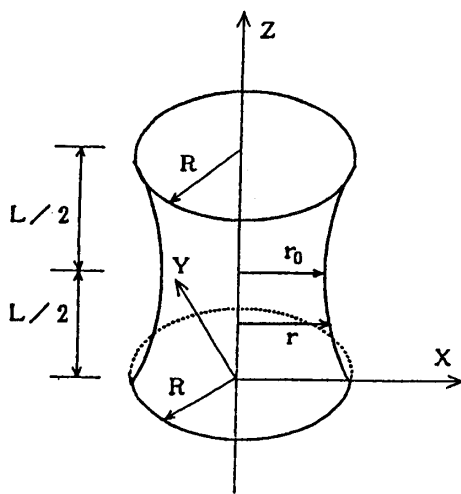


$$z = a \{ \ln (\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - a^2}) - \ln (a) \}$$

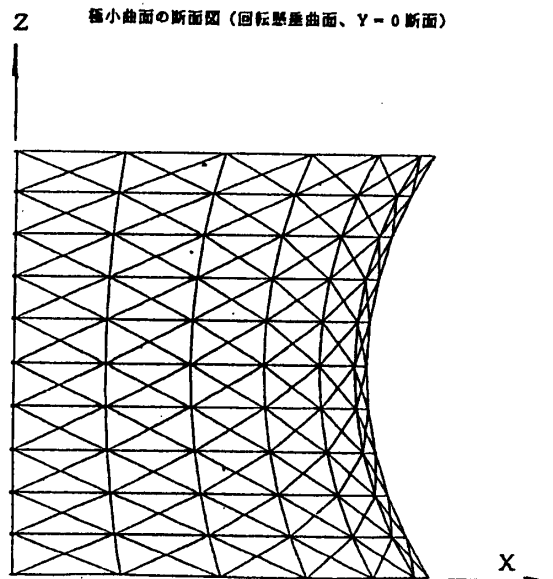
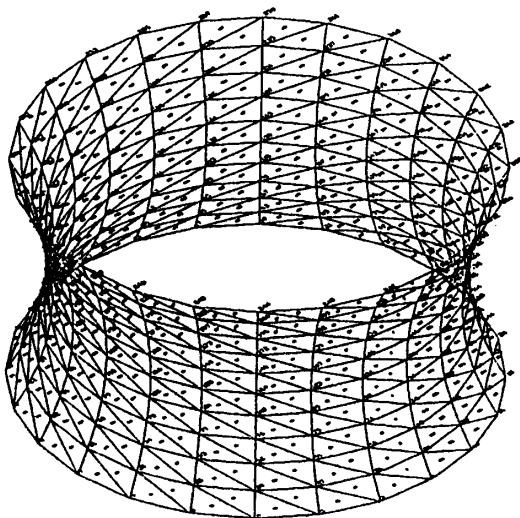
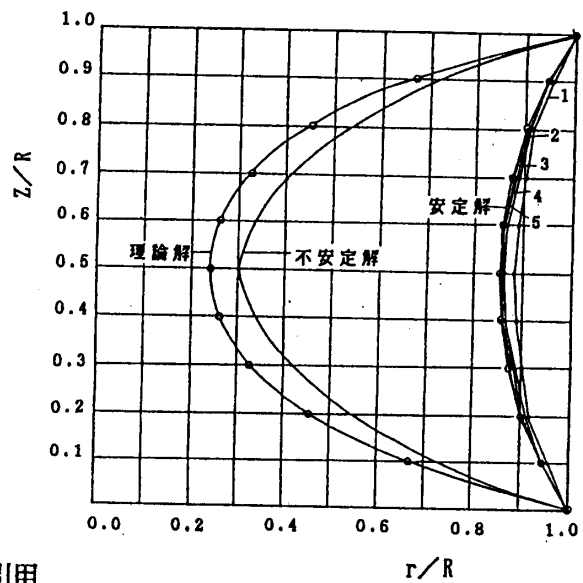


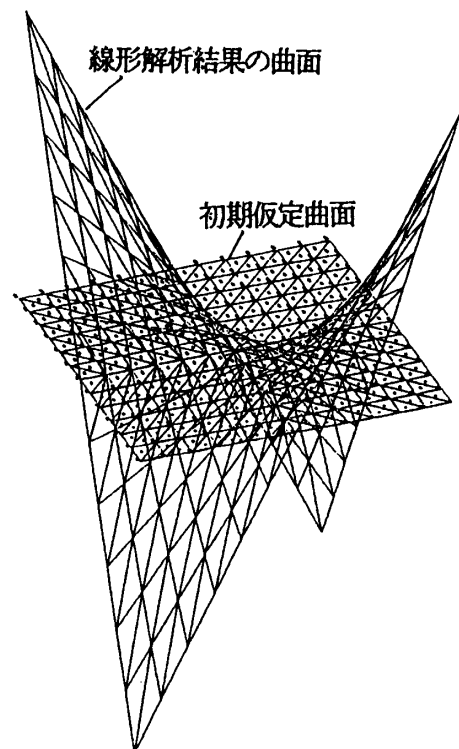
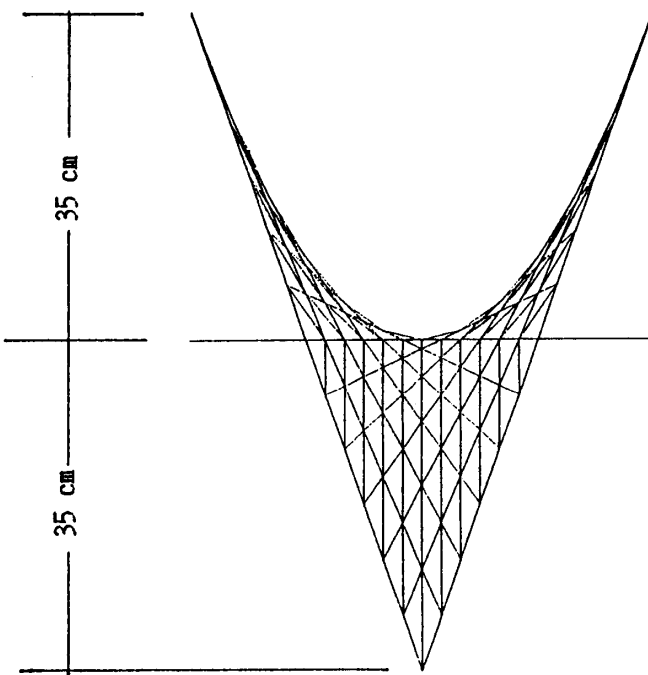
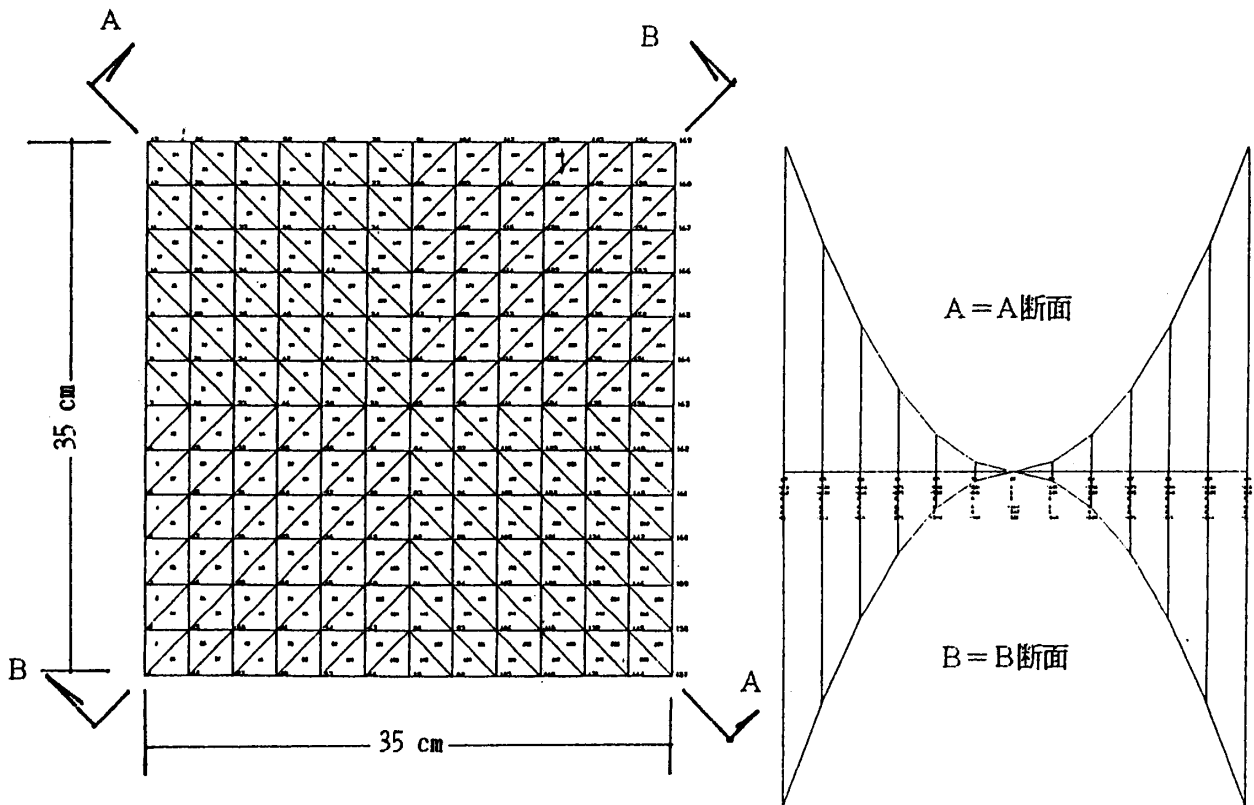
(2) カテナイド (2)

このモデルはSuzukiが文献10の中に提示したものである。これを参考にして今回行った線形解析との比較を試みる。図中の1,2,3,4,5の番号は線形解析の結果得られた形態を順次、次のステップの初期値として求めている。この場合最初の初期値は円筒形のデータを用いている。数回の初期値の入れ替えで安定解が得られた。文献で指摘されている不安定解や理論解は初期値が適当でなかったせいか得られなかった。



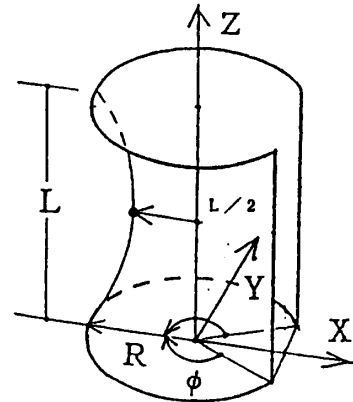
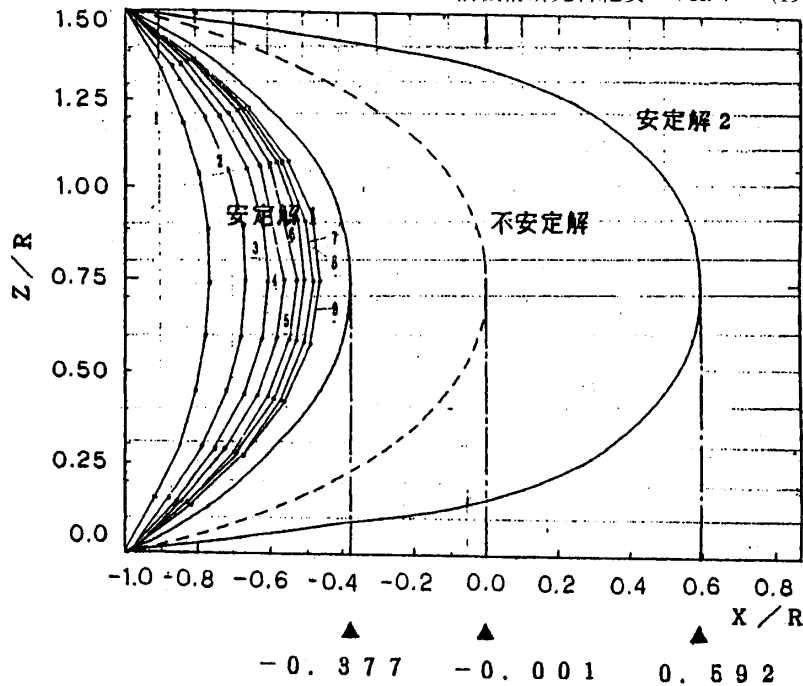
$L=100 \text{ cm}$ $R=100 \text{ cm}$ Suzuki 文献10 から引用





(3) HPタイプm

このモデルは Suzuki が文献10の中で、また、Honma が文献13の中に提示した物である。これを参考にして今回行なった線形解析との比較を試みる。このモデルの場合には初期値として平面から1回でほぼ完全な形態が得られる。なお、コーナー部4点の強制変位でもとめると初期のメッシュ割が保存される。



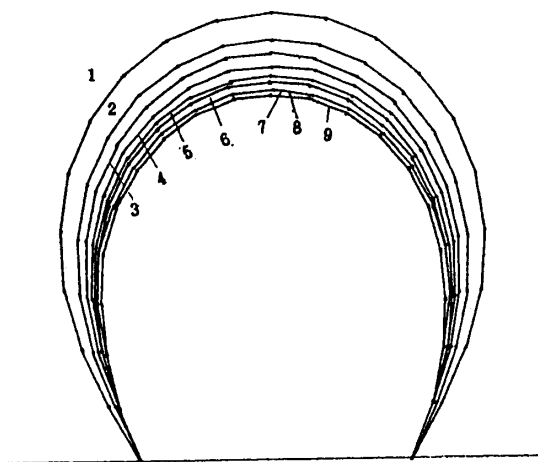
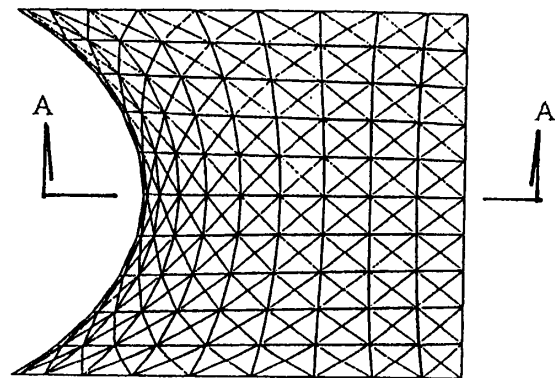
$L=150 \text{ cm}$ $R=100 \text{ cm}$

Suzuki 文献10 から引用

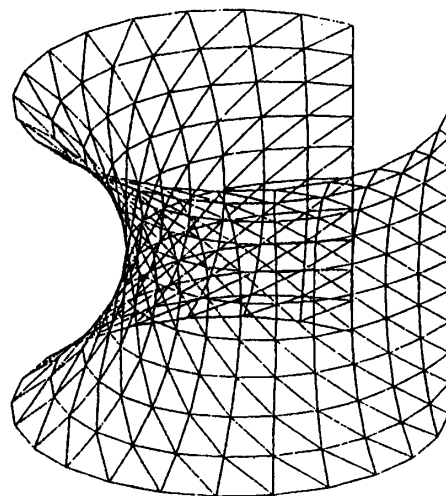
(4) Wiener-Douglas タイプ

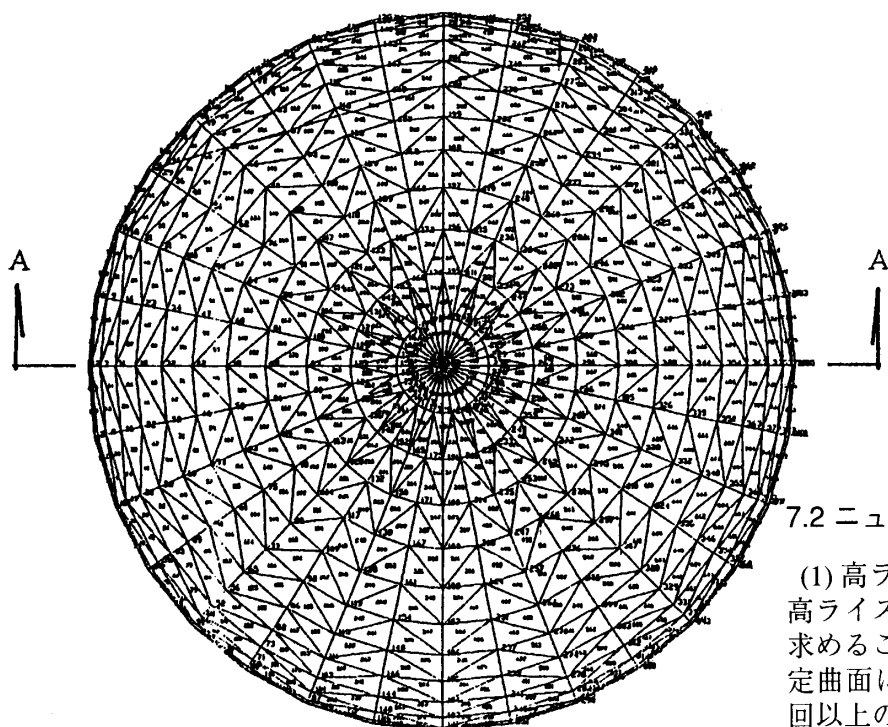
このモデルはSuzukiが文献10の中に提示したものである。これを参考にして今回行った線形解析との比較を試みる。図中の1,2,3,4,5,6,7,8,9の番号は線形解析の結果得られた形態を順次、次のステップの初期値として求めてた結果である。

最初の初期値は部分円筒形のデータを用いている。この場合には数回の初期値の入れ替えで安定解に近づくことは出来たが、最終的に9回まで行なったが、Suzukiの求めた結果には至らなかった。かなり、難しい曲面であると思える。また、文献で指摘されている不安定解や理論解は初期値が適当でなかったせいか得られなかった。



A-A断面



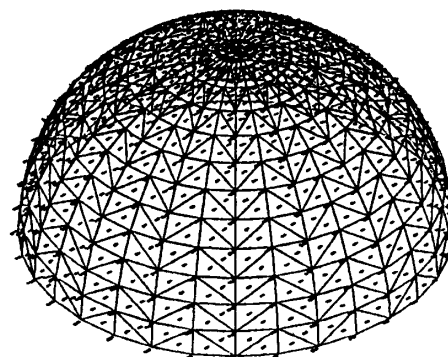
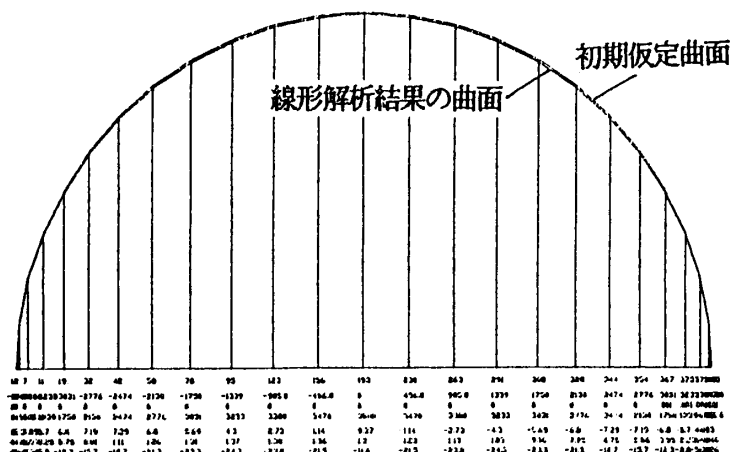
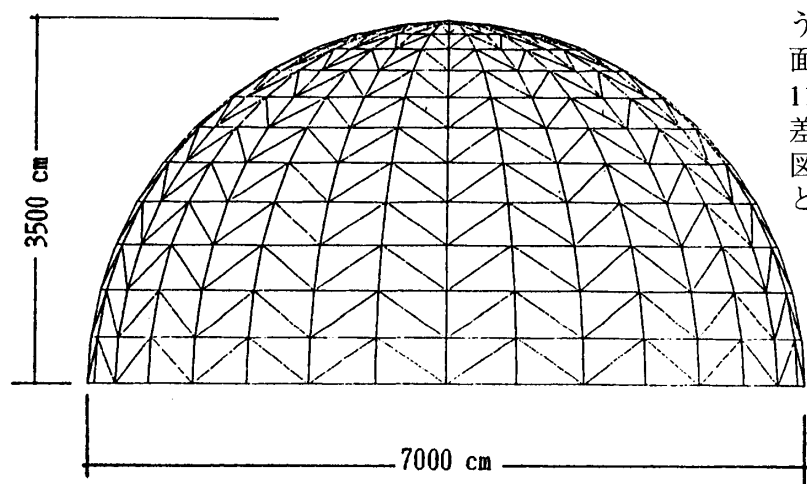


7.2 ニューマティック形の膜構造

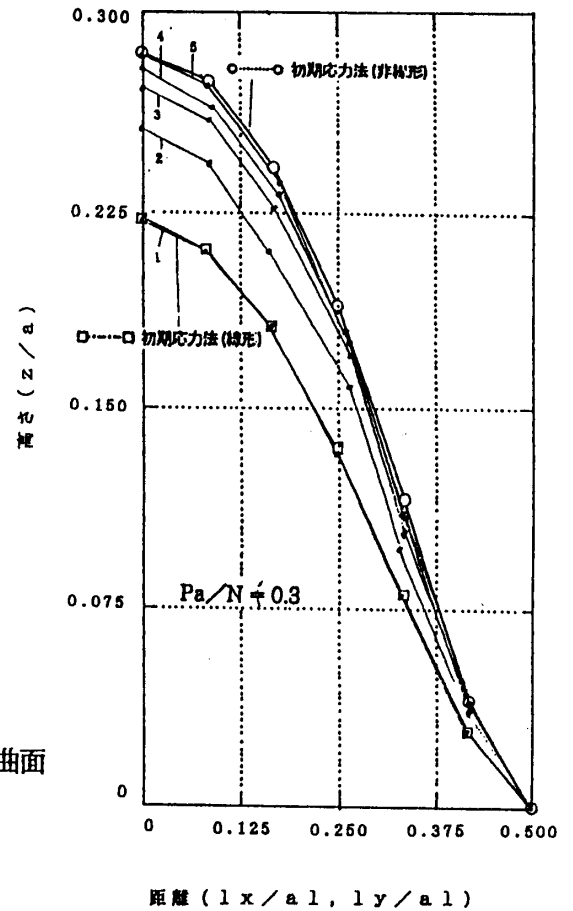
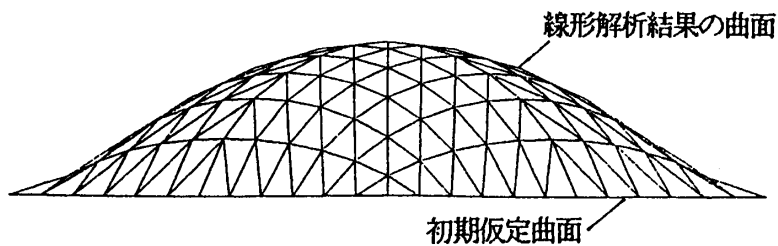
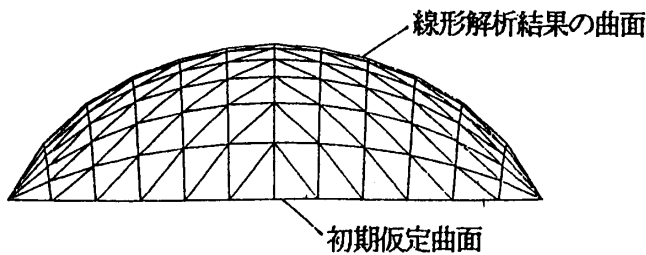
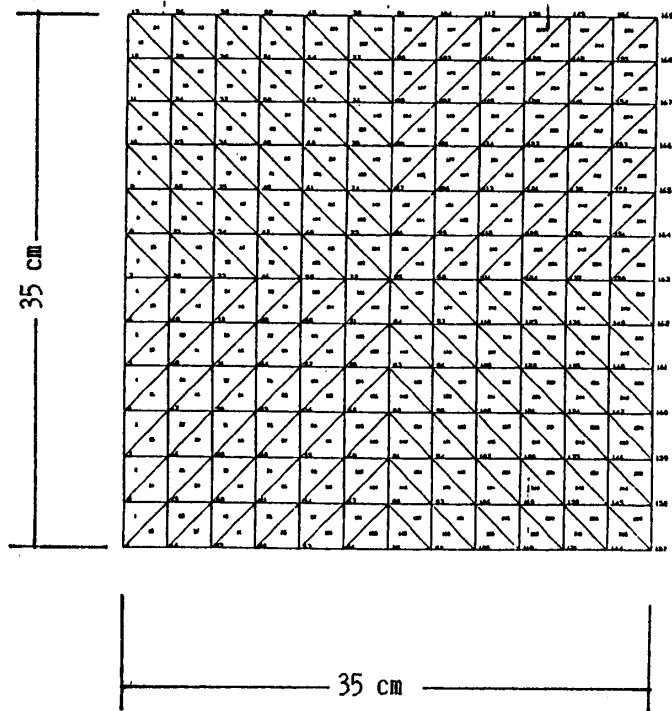
(1) 高ライズ部分球面

高ライズの内圧型のものを平面を初期形態として求めることは一般に難しい。荷重項は初期の仮定曲面について計算されるので、少なくとも2回以上の初期値の入れ替えは必要となろう。

球面や円筒面ではあらかじめ幾何学的に計算されたものを初期値として選んだ方が賢明である。境界が複雑なもでは試行錯誤を繰り返すことになるが最初は内圧を幾分高めに設定したほうがよい。ここに示す半球は初期値として半球面を与えているが、結果は天頂部で $\delta/R = 11/3500$ 程であった。これは荷重の打ち切り誤差などによるものと思われる。なお、下の断面図は変形前後の曲面の中心の断面であるが、ほとんど顕著な差異は認められなかった。



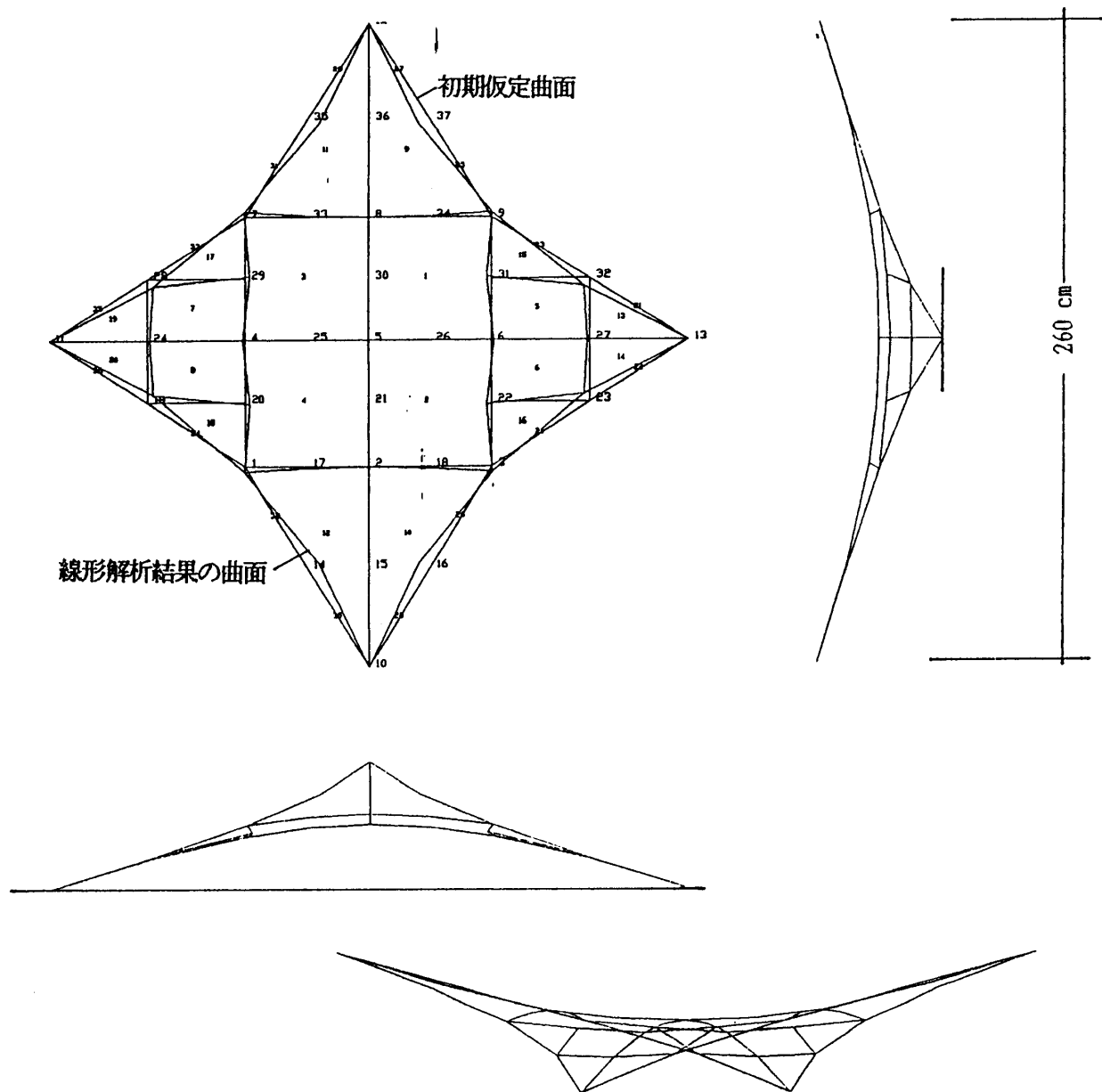
A-A断面



Honma 文献13 から引用

(2) 四角い平面上の空気膜構造

Honma が文献13の中に提示したものである。これを参考にして今回行った線形解析との比較を試みる。このモデルの場合には Honma は1回の線形解のを示したものであると思われるが、空気膜構造の場合には荷重項の決定に初期の形態が使われるので少なくとも1回の初期値の入れ替えを行なった方がよい。この場合、2あるいは3回の入れ替えを行なえばよいと思われる。ただし、このグラフは縦方向にかなり拡大されていることに注意する必要がある。



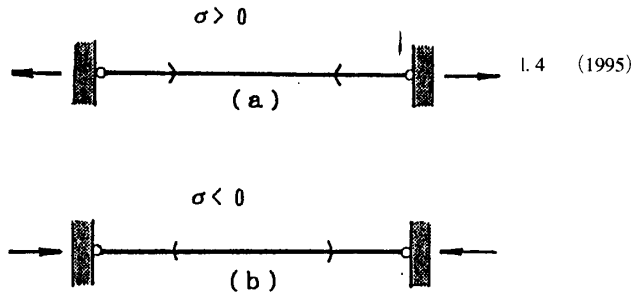
7.3 複合要素を用いた場合

膜構造は非常に複雑な形態をしており、これに適用するためにこれまで3角形のメッシュ割が多用され、一部4角形メッシュが使われてきた。ここでは

- ① 2節点直線要素 : ケーブル用
- ② 3節点3角形要素 : 膜用
- ③ 6節点3角形要素 : 膜用
- ④ 4節点4角形要素 : 膜用
- ⑤ 8節点4角形要素 : 膜用

の5種類の要素を用意しこれを用いて形状解析を行なった結果である。周辺のケーブル弾性ケーブルを配し、内部の膜は0次弾性体の膜として解いている。なお、図の中の数値は節点番号と要素番号である。

7.4 その他の応用

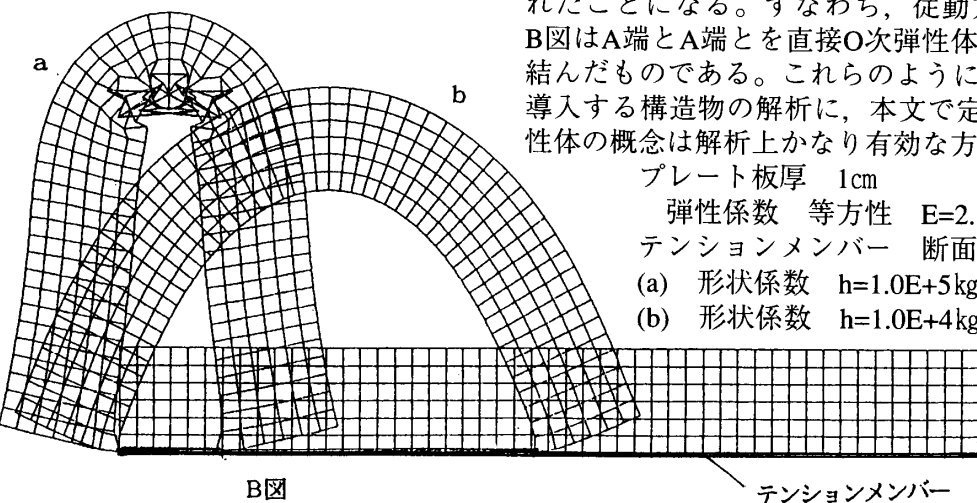
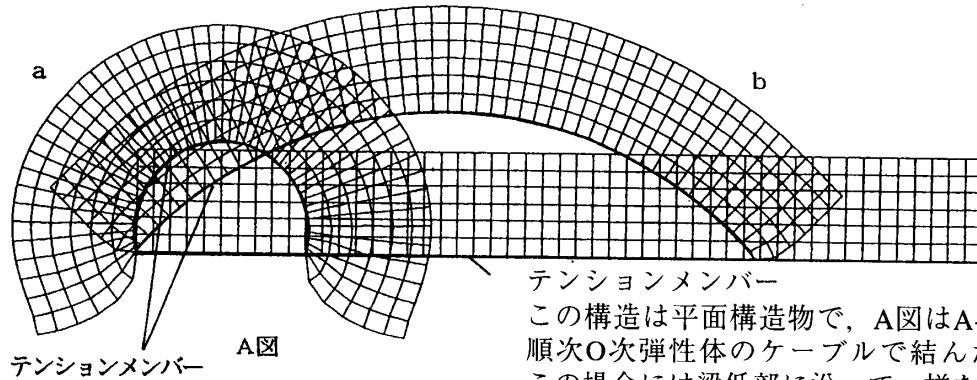
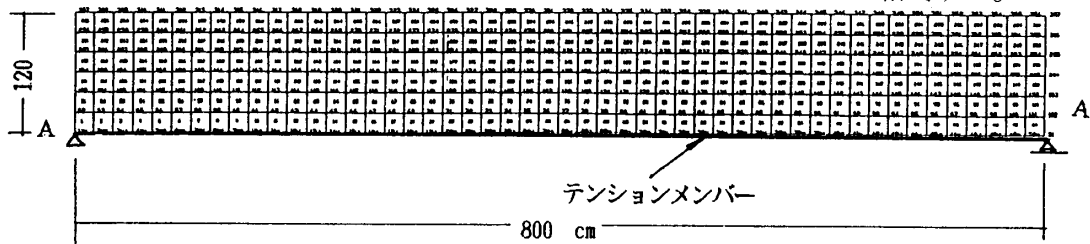


O次弾性体の直線棒

(a)(b)に示すような両端を留めたO次弾性体の直線部材は直線を保ちながら両端で反力を生じる。

(a)は張力導入した状態であり、(b)は圧縮力を導入したことに相当する。このことは2点間に力を加えることは、その間をその力に見合う剛性を持った「O次弾性体の構造部材（メンバー）で緊結したことに相当する。

初期応力をともなう構造物の解析



テンションメンバー

この構造は平面構造物で、A図はA-A上の節点を順次O次弾性体のケーブルで結んだものである。この場合には梁底部に沿って一様な張力が導入されたことになる。すなわち、従動力に対応する。B図はA端とA端とを直接O次弾性体のケーブルで結んだものである。これらのように、初期応力を導入する構造物の解析に、本文で定義したO次弾性体の概念は解析上かなり有効な方法といえる。

プレート板厚 1cm

弾性係数 等方性 $E=2.1E+4 \text{ kg/cm}^2$

テンションメンバー 断面積 1.0 cm^2

(a) 形状係数 $h=1.0E+5 \text{ kg/cm}^2$

(b) 形状係数 $h=1.0E+4 \text{ kg/cm}^2$

8. 実在の構造物への適用

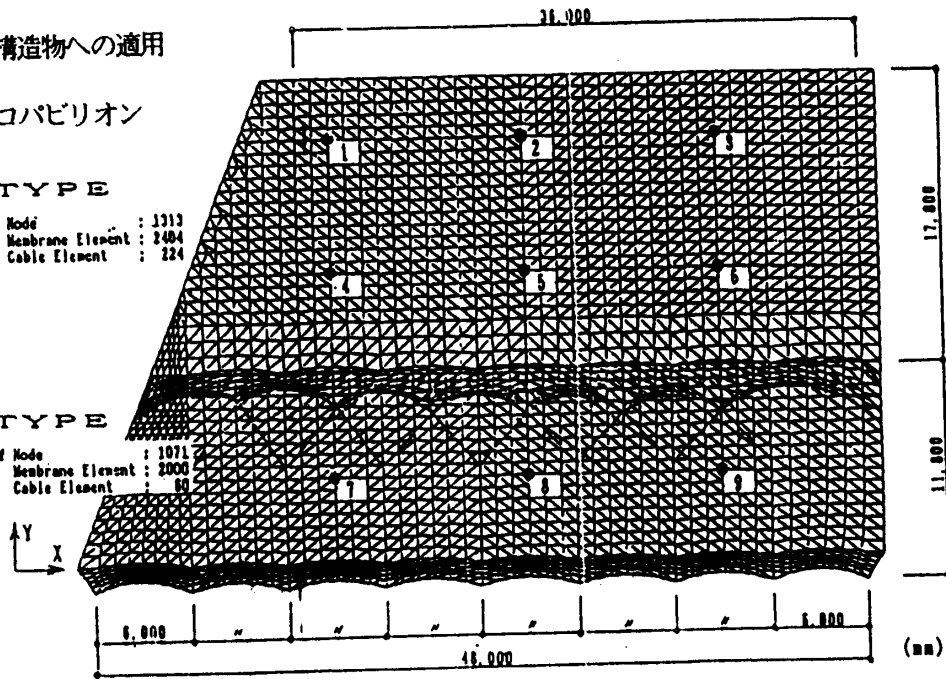
8.1 ナムコパビリオン

A-TYPE

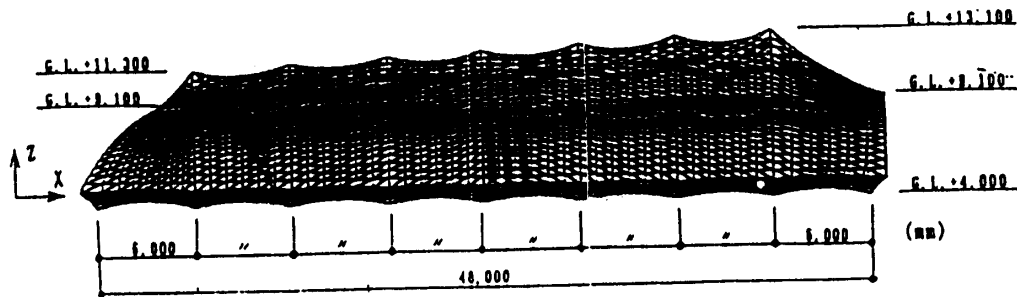
Number of Node : 1313
Membrane Element : 2484
Cable Element : 224

B-TYPE

Number of Node : 1071
Membrane Element : 2000
Cable Element : 80



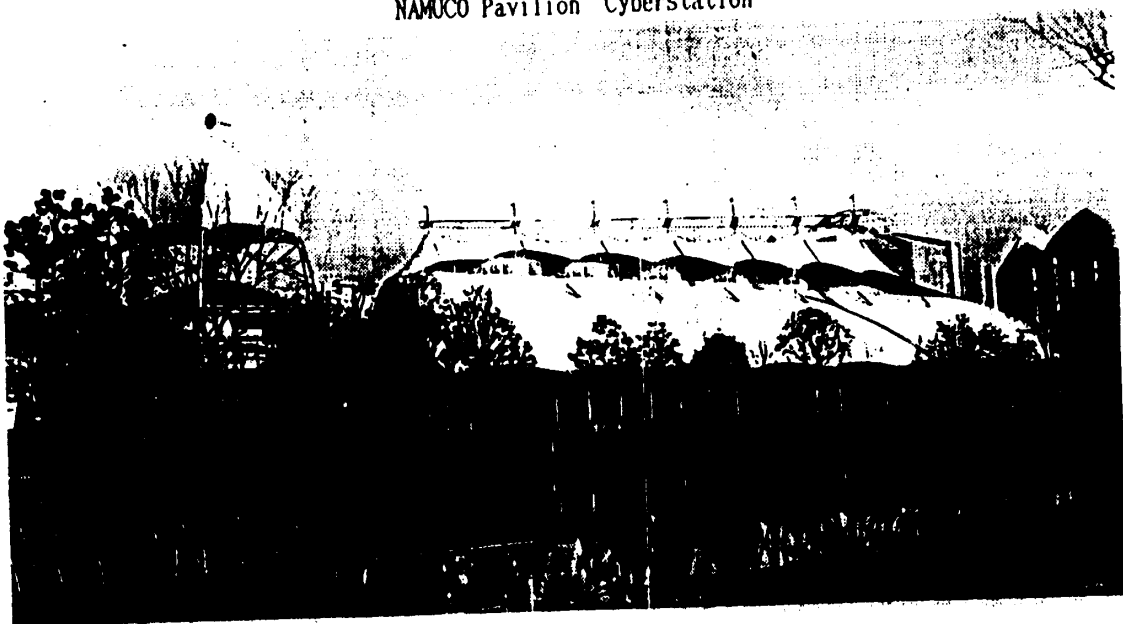
Plane mesh of membrane roof



Side view of membrane roof

解析モデル図

NAMOCO Pavilion "Cyberstation"

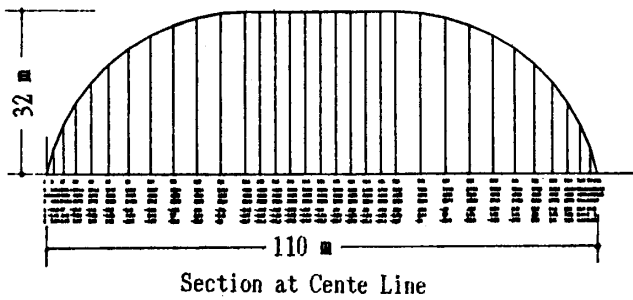
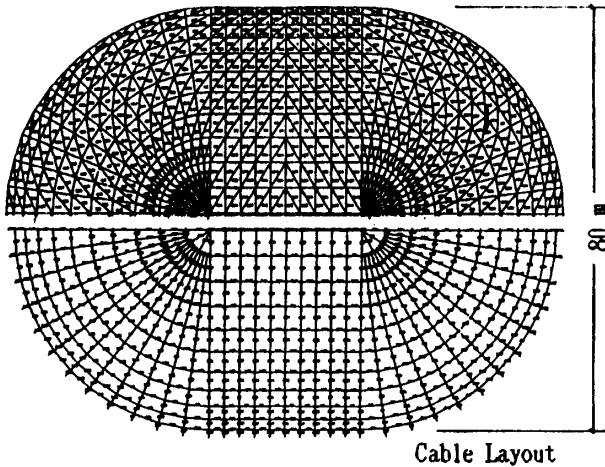


NAMOCO Pavilion "Cyberstation", Expo. 90' Osaka, Japan. Designed by Ishikawa T. & his partners of "Atelier I". Membrane roof is analyzed, fabricated and constructed by Ogawa Tent CO. Ltd.

8.2 横浜ゴルフドーム

Mesh in Plane

Yokohama Golf dome

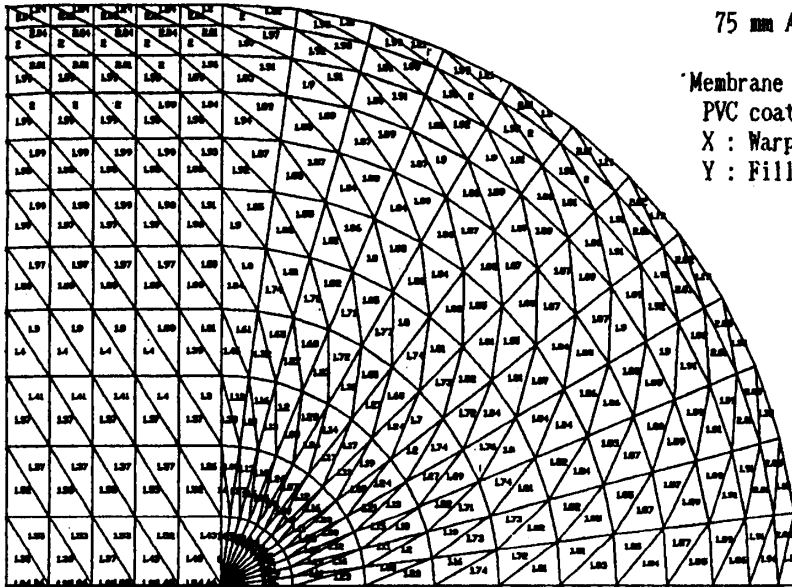


Inner Pressure

- 30 mm Aq (in dead load)
- 50 mm Aq (in wind load)
- wind pressure=160kgf/m²
- 75 mm Aq (in snow load : 60kgf/m²)

Membrane Material Properties
PVC coated+Polyestel Fabrics
X : Warp Direction
Y : Fill Direction

Thickness, Strength			
	t	Fx	Fy
unit	mm	kgf/cm	
TF2000	0.75	86	76
TF3000	1.02	110	100



nx Stress Distribution (Dead Load) Unit kgf/cm
(Warp Direction)

Elasticity, Shearing Rigidity, Poisson Ratio

	Ex	Ey	Gxy	Px	Py
unit	kgf/cm				
TF2000	344	296	8	0.45	0.39
TF3000	275	254	8	0.61	0.57

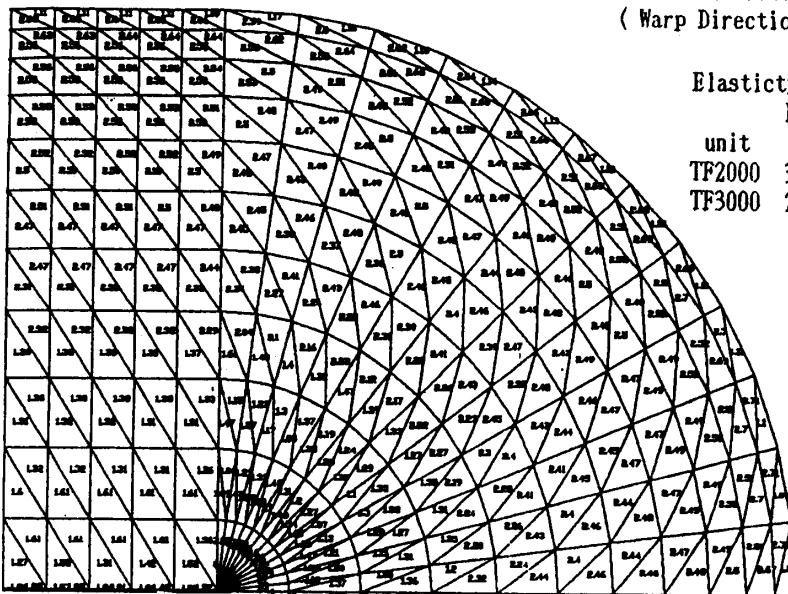
Safety factor

Membrane

- 4.0 for Temporary load
- 8.0 for Dead load

Strand Cable

- 2.22 for Temporary load
- 3.0 for Dead load



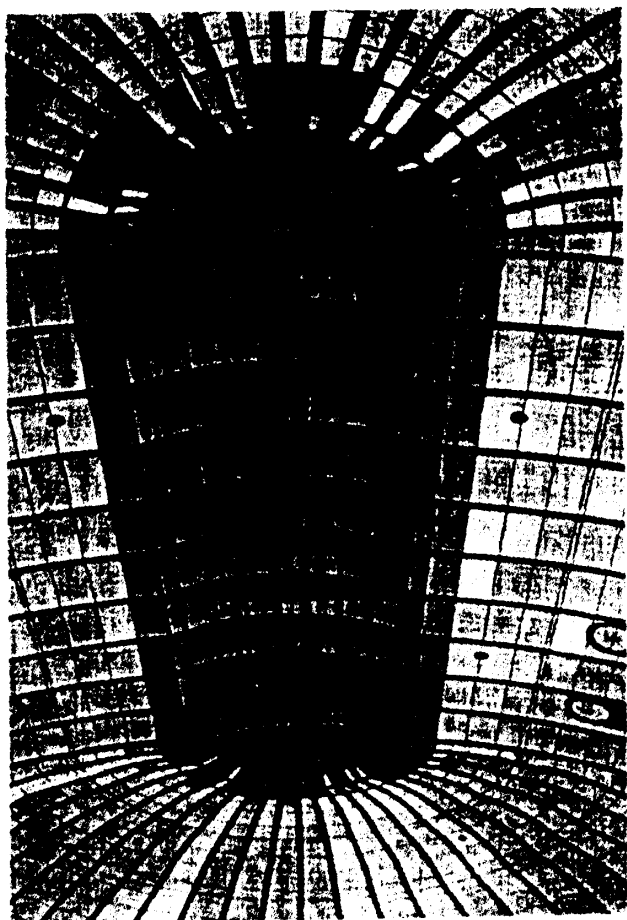
ny Stress Distribution (Dead Load) Unit kgf/cm
(Fill Direction)

設計者：ユーディーエー+小川テント（建築），小川テント+ニューメディア
イクス総合研究所（構造） 施工者：ミズノ+小川テント

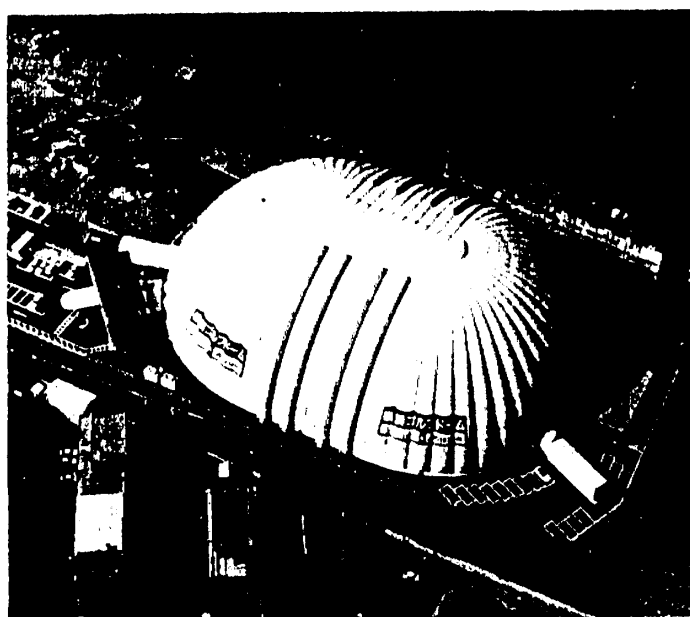


Side View

Yokohama Golf dome



Interior and Cable Layout



This photo is presented by Ogawa Tent Corp.

9. まとめ

(1) 通常の構造物では最初形態が決定され、これに外力が作用し、境界に生じる反力と部材に生じる応力、変形を求めるものが多く、これを順問題という。これに対し、形状解析問題は境界の形状と条件、領域内の応力分布を与えて領域内の形態を求めようとするもので、これは一種の逆問題といえる。

本文では形状解析問題に対し、“領域内の応力分布を与える。”ということを用領域内の構成方程式と見なすことにより逆問題を順問題に変換することができることを示した。これにより形状問題は特殊な問題ではなく、弾性力学などとは異なる構成方程式を持つ連続体力学の順問題として解析できることが明かとなった。

(2) ここで、構成方程式(3.02)で表現される物質を0次弾性体と定義した。この物質は解析の便宜上導入されたもので実体が明確でないが、この物質は流体を一般化した材質的な概念であることが明かとなった。

(3) 0次弾性体という概念を導入することにより、これまで自明のこととしてあまり議論もされずに使われてきた形状解析問題の基本式の誘導を連続体の力学から厳密に求め得ることが明かとなった。

(4) 通常形状解析問題は非線形問題として扱われているが、固体の力学でよく行なわれているKirchhoff応力の概念を導入することにより線形化する事が出来ることを示した。これは数学的にはラプラスの方程式、あるいはポアソンの方程式を解くことと同じような意味を持つことが明らかになった。

(5) 数値計算結果とし、形状解析として釣合形状を求めるわけであるが、初期の仮定形状(例えば平面などとして入れる場合が多い)の影響が大きいため、解析に当たっては初期仮定形状の選定に十分注意をする必要がある。

(6) 線形化された方法で形状解析を行なう場合には少なくとも1回は座標値の入れ替えを行なった方がよい、特に、空気膜構造のときにはその必要性は大きい。また、初期の形態と得られた形態との差が大ききときにはChauchy応力とKirchhoff応力の差も大きくなること注意すべきである。

REFERENCES

- 1) Haug, E. and Powell. G.H.: "Finite Element Analysis of Nonlinear Membrane Structures" IASS. Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames Tokyo and Kyoto. 1971
- 2) Ishii, K.: "Structural Design of Air-Supported Structure" Bulletin of the Faculty of Engineering, Yokohama National University. Vol.31 1982
- 3) 安宅信行: "連続体の力学と形態の理論について" シェルと空間構造に関する日・韓コロキウム 東京論文集 昭和62年7月
- 4) 安宅信行: "膜構造の形状解析の線形理論について" 膜構造協会論文報告集 昭和62年
- 5) Eringen A.C.: "Nonlinear Theory of Continuous Media" McGraw-Hill. 1962
- 6) Green A.E. and Zerna W.: "Theoretical Elasticity" Oxford Press 1954
- 7) Oden J.T.: "Finite Elements of Nonlinear Continua" McGraw-Hill 1972
- 8) Washizu K.: "Variational Methods in Elasticity and Plasticity" Pergamon Press 3rd ed. 1982
- 9) 鈴木俊男 半谷裕彦: "等張力曲面形状の数値解析" 膜構造研究論文集 1989
- 10) 鈴木俊男 "張力曲面構造の曲面形状に関する解析的研究" 東京大学学位請求論文 1992
- 11) 大森博司 萩原伸幸 松井徹哉 松岡理: "張力構造に関する基礎的考察(極小曲面の数値解析)" 第2回シェルと空間構造に関する日韓コロキウム論文集
- 12) 大森博司 萩原伸幸 松井徹哉 松岡理: "有限要素法による極小曲面の数値解析" 膜構造研究論文集 1988
- 13) 本間俊雄 谷口弘子: "ステアリング的機能を考慮した膜構造の初期設計支援可視化システム" NICOGRAPH 論文集 1993
- 14) 石井一夫: "膜構造の形状解析(形状決定の問題)概説" 膜構造研究論文集 1989
- 15) 石井一夫: "膜構造の応力・変形解析概説" 膜構造研究論文集 1990
- 16) William Prager "Introduction to Mechanics of Continua" 1961
- 17) 正岡典夫 石井一夫: "低次四辺形要素による形状解析について" 膜構造研究論文集 1990
- 18) 石原競 大森博司 八木孝憲: "極小曲面の数値解析法に関する研究" 膜構造研究論文集 1993