

形態力学のテンションおよびコンプレッション構造への応用

安宅 信行・小熊 有希子

The application of configuration mechanics to tensile and compressive structures

Nobuyuki Ataka Akiko Oguma

This paper is described about applications of configuration mechanics for tensegrity system included in tensile structures, and mainly mention about form finding method of tensegrity system in computing. There are many types of tensegrity system. in which, we focused on cable dome, proposed by Dr. David Geiger. Tension Domes are used tension ring and compression ring. In gneral, tensile structures are regarded as instable structures unless existance of initial stress in the structures before acting external loads. Terefor initial stresses are significant structure member for stabilizing the suructures. Also, This paper propose new light weight compressive structures, composed of foam materials such as foamed light weight concrete and foam plastics and so on. Here is presented compression ring composed of foam plastics.

はじめに

ケーブルネット、ケーブルトラス、テンセグリティ・システムや膜構造およびそれらで構成される複合（ハイブリッド）構造は、一般に不安定構造物と考えられ、要素の伸縮を伴わない変形が可能である。これらの構造が安定した形態を保持するためには、外力が作用する以前に構造物に存在する初期応力が重要な働きをしている。実現可能な形態は部材配置、境界条件と初期応力の釣合いの上に実現される。テンション構造の形状解析もコンプレッション構造の形状解析もは基本的には同一の手法を用いるが、ここでは、テンション構造のうち、特にテンセグリティ・システムの形状解析を中心にして解説する。なお、テンセグリティ・システム（tensegrity system）とは力学的な連続性をテンションメンバーで確保しながら、所々に圧縮

あるいは曲げ部材が配置され、初期応力でバランスしているような構造形式をいう。このような構造形式をD. ガイガーは“テンションの海の中に、圧縮部材が島のように点在するような構造”と評している。真に当を得た表現であるといえる。このテンセグリティ・システムの可能性は大きいですが、建築構造として実用化されているものは種類としてそれほど多くはない。ここではD. ガイガーが提唱しているケーブルドームの形状解析について考察する。ケーブルドームは基本的にテンションリングとコンプレッションリングから構成される基本構造要素を1段あるいは複数段重ねあわすことによって実現されている。

コンプレッションリングは力学的には組積によるアーチ構造に似ている。従来のアーチ構造は材料の強さの外に、素材の重さ（密度）から

導入される初期応力が構造の形態安定に大きく寄与している。それ故、素材が軽く、密度が小さくなれば自重による初期応力は期待できなくなるので構造形態の安定性は別の方法による初期応力の導入が必要となる。これらのことを考慮したフォームプラスチックの構造への可能性についても考察している。

実例

テンセグリティ・システムにもいろいろなタイプの構造が提案されている。しかし、まだ研究段階のもので、試験的に建設されたものが多い。大型構造物として実用化されているものはD. ガイガーが提案したケーブルドーム型の膜構造物である。

その実例としては1988年建設のイリノイ州立大学レッドバード・アリーナ (USA)、1992年のジョージア・ドーム (USA)、1993年タオヤン県立アリーナ (台湾)、

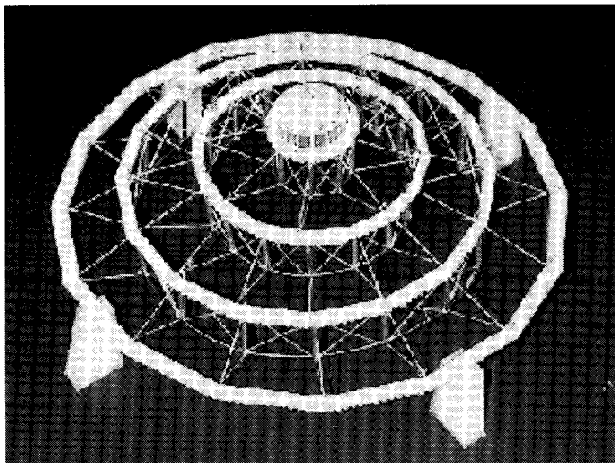


図1 ケーブルドームの基本構造モデル

1996年のソウル・オリンピック体操競技場 (韓国) や現在建設中の2000年 (竣工予定) ラプラタ・スタジアム (アルゼンチン) などである、[文献-1] これらの構造は、基本的には図1のような、多段形式の車輪構造となっているが、実現されている構造はこれらのバリエーションと考えられる。

構造原理

これらの構造原理は図2に見られるように、周辺にコンプレッションリングと内部にある2本のテンションリングの間をテンション材で緊結した、いわゆる車輪構造を、そのサイズを変えて、積み上げた構造となっている。[文献-2]

これはまた、次のように考えることもできる。すなわち、日本の木造建築の小屋組みには、はりの上に束立てしてはりを載せる2重ばり、さらにその上にはりを載せる3重ばりといった、図3 (A) に示すような小屋組みの構造形式がある。この構造のはりを全てケーブルで置きかえ、束が倒れないとして、その他の変更はしないものとする。その結果、(B) 図のようになる。

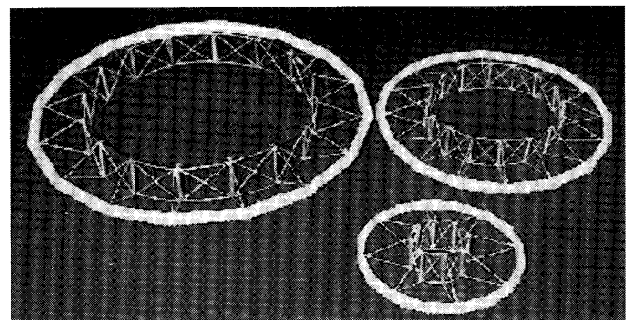


図2 ケーブルドームの基本パーツ

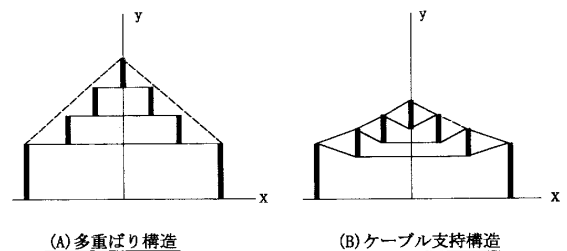


図3 多重ばり小屋組みと多重ケーブル支持方式

この例はきわめて単純なものであるが、テンセグリティシステムの条件、すなわち、“力学的な連続性をテンションメンバーで確保しながら、所々に圧縮あるいは曲げ部材が配置され、初期応力でバランスしているような構造形式”を満足している。これは2次元問題であるが、これを3次元に拡張する。拡張の仕方には、いくつかの方法が考えられるが、ここでは図3(B)をy軸回りに回転させる。このようにすると、束材の足を結ぶテンションメンバーはテンションリングに置きかえることができ、周辺の水平力はコンプレッションリングに負担させることができる自己釣合いの車輪型構造となる。結局、同じようにテンションリングに束立てして、2段、3段目の繋ぎケーブルをそれぞれフープ型のテンションリングに置きかえることによってテンセグリティシステムによるテンションドームが完成する。ただし、束材の安定性がこの構造の安定性に重要な意味を持っているので、リッジケーブル、とダイアゴナルケーブルの配置は束材が倒れることのないようにしなければならない。

形状解析の方針

テンセグリティシステムの形状解析はケーブルネットやケーブルトラスの形状解析問題と本質的に変わらない。解析には有限要素法を用いる。立体トラス、平面問題の有限要素法によるプログラムについては、すでに多くの文献があるので、それらを参考にさせていただきとして、ここではこれらの解析法と大きく異なる点について解説する。[文献-3]

簡単のために2節点直線要素を用いた立体トラスの場合を対象にする。ケーブルネット、ケーブルトラス、テンセグリティ構造などテンション構造の形状解析および応力・変形解析と通常の立体トラスの応力・変形解析との大きな

相違点は次の2点である。

(1) ひずみ-変位関係

通常の立体トラスでは線形関係を用いる。

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

一方、テンション構造の形状解析および応力・変形解析においては、非線形のグリーンのひずみを用いる。すなわち、

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

ここに、u、v、wはx、y、z方向の変位を表し、xの1次関数である。それゆえ、これより導かれる基本式は節点変位の非線形方程式となり、一般に、ニュートンラフソン法を用いて解析される。

(2) 構成方程式 (応力・ひずみ関係式)

2点目は構成方程式である。通常の立体トラスでは次のような構成方程式を用いる。

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3)$$

ここに、 σ は応力、 ε はひずみ、Eはヤング係数を表している。外力の作用がなければ、応力は存在しない。

一方、テンション構造を考える場合、構成方程式を次のように定義する。

$$\sigma = \sigma_0 + E(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (4)$$

ここに、 σ_0 は初期応力、 ε_0 は初期ひずみである。テンション構造の各要素は必ずしも均一ではなく、次のような使い分けをする。要素の2節点i-j間の長さをLとする。

ここに、 σ_0 は初期応力、 ε_0 は初期ひずみである。テンション構造の各要素は必ずしも均一ではなく、次のような使い分けをする。要素の2節点i-j間の長さをLとする。

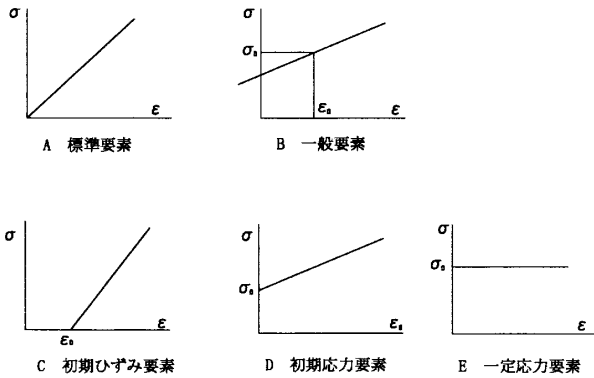


図4 部材の応力・ひずみ曲線

1. 標準要素 (normal element)

式(4)において、 $\sigma_0 = 0$ 、 $\varepsilon_0 = 0$ のとき式(3)と一致する。2節点i-j間(長さL)に長さLの弾性体の直線部材を置いた状態で、節点iおよびjを固定しても節点iおよびj点には反力は生じない。このような要素をここでは標準要素(normal element)と定義する。

2. 初期ひずみ要素 (initial strain element)

$\sigma_0 = 0$ 、のとき式(4)は

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_0) \tag{5}$$

となる。これは2節点i-j間(長さL)に長さL(1 + ε_0)の弾性体の直線部材を置いた状態、すなわち、 ε が正のときには $\varepsilon_0 L$ だけ長い部材を、 ε_0 が負のときには $\varepsilon_0 L$ だけ短い部材を、長さLの2節点i-j間に無理に設定しようとするもので、ターンバックル、あるいは境界でのアンカーボルトの弛緩あるいは緊張したことに対応する。節点iおよびjを固定化すると、この要素の存在により、ここに反力を生ずる。

3. 初期応力要素 (initial stress element)

式(4)において、 $\varepsilon_0 = 0$ のとき式(4)は

$$\sigma = \sigma_0 + E\varepsilon \tag{6}$$

となる。 σ_0 が正のときには、2節点i-j間に長さLよりもやや短い、正確には $\sigma_0 L/E$ だけ短い弾性体の直線部材を2節点i-j間に引き伸ばし、長さがLとなるようにしている。このとき初期応力が σ_0 となっている。この要素は形状解析後の応力・変形解析でよく使われる。

なお、これまでの固体の力学では外力が存在しなければ、応力は存在しないという立場で話が進められてきているため、要素の寸法は幾何学的条件のみから決定されるかのように思われてきているが、テンション構造のように初期応力や初期ひずみが存在するときには、要素(弾性体)のある状態を記述するためには要素の幾何学的条件だけではなく、初期応力や初期ひずみなど力学的な条件も規定しておく必要がある。このことは、気体力学で、気体のある状態を記述するために用いる状態変数、すなわち、圧力、体積および温度の存在に似ている。

4. 一定応力要素 (0次弾性体の直線要素… constant stress element)

$E = 0$ のとき式(4)は

$$\sigma = \sigma_0 \tag{6}$$

となる。 $E = 0$ ということは節点i、j間に弾性要素が存在しないことを意味し、要素が無いところに初期応力が存在していることになる。これでは考え難いので、ここに0次弾性体の直線要素が存在し、その0次弾性係数が σ_0 であると考えたと受け入れやすい。この場合、節点i、j間の長さLに関係なく σ_0 に対応する力が作用する、[文献-2]

形状解析例

ケーブルドームの形状解析は部材配置や境界などトポロジカルな面は模型などを通して行い、その初期形態に自重や初期応力を考慮し、その釣合い形状を求める。使用するプログラムは上で述べたケーブルネットが解けるようなプログラムならば簡単に解くことができる。

ケーブルネットでは一般にケーブル要素が2次元的に配置されており、解析用のデータはデータプロセッサを用いて簡単に作成することができるが、ケーブルドームではケーブル要素や支柱が3次元的に結ばれ、配置されているためデータ生成の自動化が難しいこと、また、複雑な構造となるので、適切な初期張力の導入ができず、不安定構造物となり、解析困難になるためケーブルドームの解析は難しいとされてきた。しかし、適切なデータであれば、収束はきわめて早く容易である。図1に示すケーブルドームの形状解析は次のような順序で行われる。

1. データプロセッサを使って平面上に円形のケーブルネットのデータを作成する。
2. 円周方向の要素はテンションリングあるいは

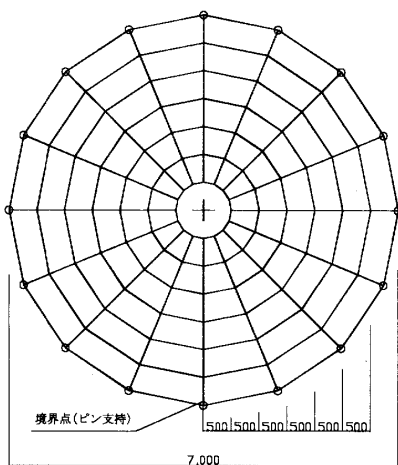


図5 オリジナルデータ
：データプロセッサで作成されたケーブルレイアウト (Plan)

はコンプレッションリングとなるので標準要素で構成する。このとき、ヤング係数は206,000MPa、断面積1cm²とする。

3. 平面上放射方向に示されるポスト（束）材は圧縮を受けるので標準要素で構成する。ここではリング材と同じ材質と断面を持つとする。

4. 平面上放射方向に示されるダイアゴナル・ケーブルは初期応力要素で構成する。また、リッジケーブルに相当する要素はデータプロセッサでは生成されていないのでこの要素を追加する。この要素も初期応力要素で構成する。このとき、0次弾性係数（初期応力）は0.98MPa、断面積1cm²とする。

この状態で形状解析しても不安定構造物となるため解は求まらない。

5. ここで円周方向の各リングの高さを規定する。これは節点のz座標値を入れ替えることによって行う。

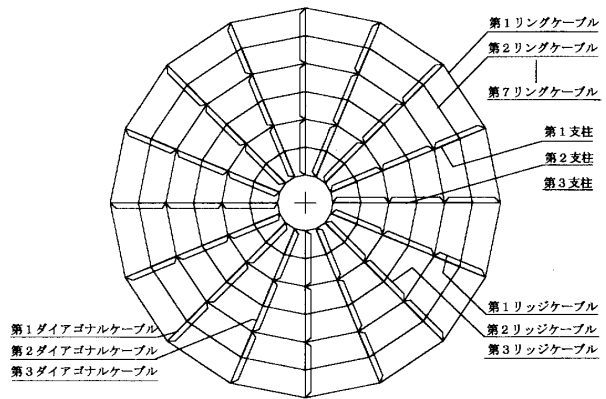


図6 ケーブルドームの初期形状解析の入力データ (Plan)

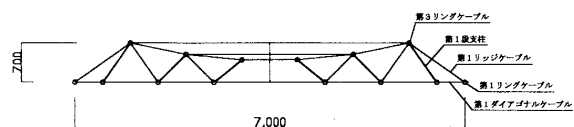


図7 ケーブルドームの初期形状解析の入力データ (Section)

このとき、入力データの形状により、最終的に得られる形状が異なる。ここでは始めに、当初のケーブルレイアウトをあまり変化させないような入力データを考える。

図6、図7は第3リングケーブル上の節点のz座標値を全て400mmとし、同じように、第5リングケーブル上の節点のz座標値を全て500mm、第7リングケーブル上の節点のz座標値を全て700mmとした場合である。

この状態で形状解析は容易に行うことができ

る。結果はプラン的には図5と変わらないが、図8、図9、図10に示すような形態となる。2回の反復計算で完全に収束し、安定した解が得られている。この場合、支柱は内側に傾いている。これは入力データによるもので、リングケーブルに標準要素を用い、その長さがあまり変わらないため、支柱が斜めの入力データの影響がそのまま残っている。前に示した実例では、支柱は大抵垂直に立てられている。これはコン

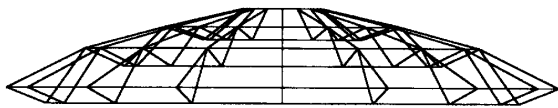


図8 解析結果 (Side View)

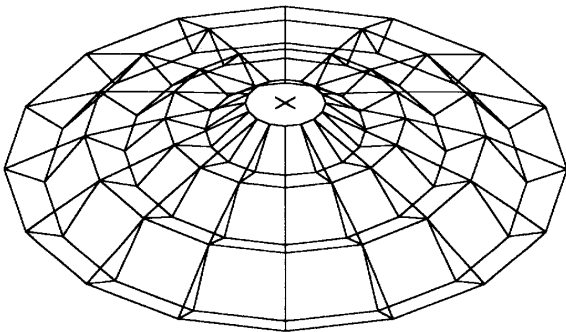


図9 解析結果 (Pers.)

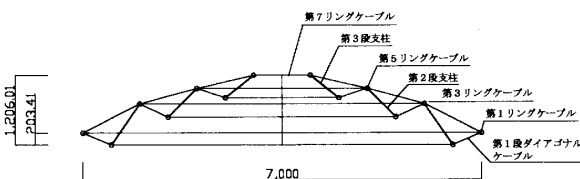


図10 解析結果 (Section)

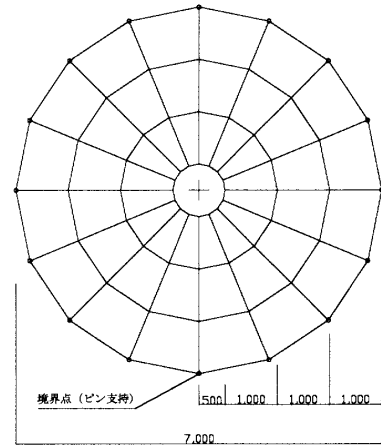


図11 支柱を垂直にしたときの初期形状解析の入力データ (Plan)

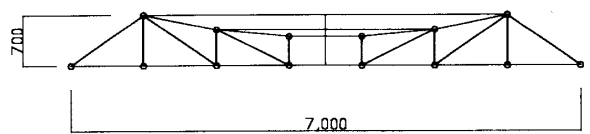


図12 支柱を垂直にしたときの初期形状解析の入力データ (Section)



図13 支柱を垂直にしたときの初期形状解析のデータ (Side View)

プレッションメンバーの座屈長さの低減、あるいは施工性などによるものと考えられる。

(8) 広場空間の構成手法

次に、支柱を垂直にする方法を検討する。スタートは図5、図6およびz座標値を変更するまでは前回と同じであるが、その後、第2リング上の節点のx、y座標値を放射線方向にある第3リング上の対応する節点のx、y座標値に変更する。同じように第4リング上の節点のx、

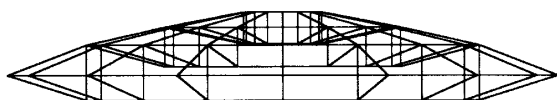


図14 支柱を垂直にしたときの初期形状解析の結果 (Side View)

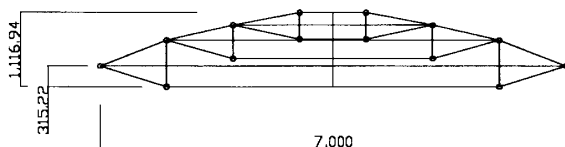


図15 支柱を垂直にしたときの初期形状解析の結果 (Section)

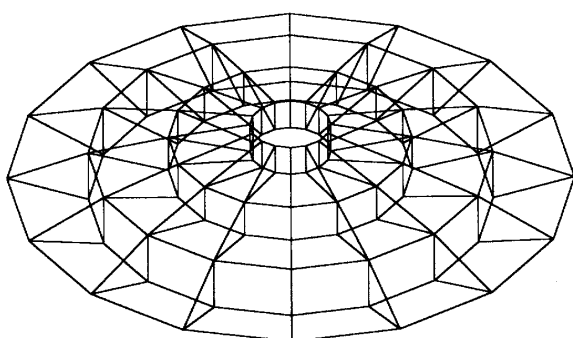


図16 支柱を垂直にしたときの初期形状解析の結果 (Pers. View)

y座標値を第5リング上の対応する節点のx、y座標値に、また、第6リング上の節点のx、y座標値を第7リング上の対応する節点のx、y座標値に変更する。このような入力データを用いて、形状解析を行うと上に示すような結果が得られる。

コンプレッションリングと発泡体の利用

テンションドームなどに使われるコンプレッションリングに軽量の発泡体を用いるとさらに軽量の構造形式が可能になる。発泡体としては金属系、コンクリート系、プラスチック系などがあるが、ここでは主にプラスチック系の発泡体を対象にし、中でもスチレン系の発泡材を用いた構造物の架溝法について述べる。発泡材は一般に発泡倍率によって強さや密度が異なる。図17からも明らかなように、密度が高くなるにつれて強さも大きくなり、また、表面の密度を高くし内部の密度を低くすることも出来る。また、表面に別の素材を接着接合することも出来る。このように使用目的に応じて、材料的にかなりフレキシビリティを持たせることが可能である。このような素材は圧縮強さや圧縮剛性に優れており、これを構造体として用いるときには基本的に圧縮応力状態で用いるのが材料の使用上からも有利である。圧縮応力状態の構造物として代表的なものはアーチ構造であ

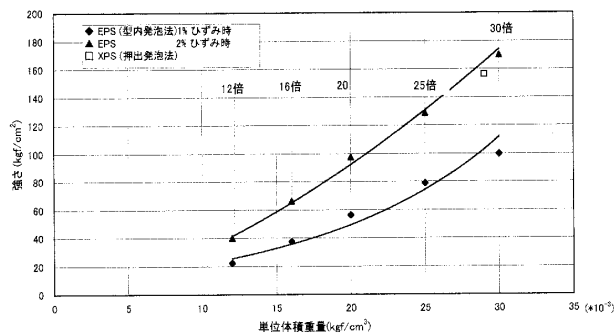


図17 発泡ポリスチレンの圧縮強さと単位体積重量の関係

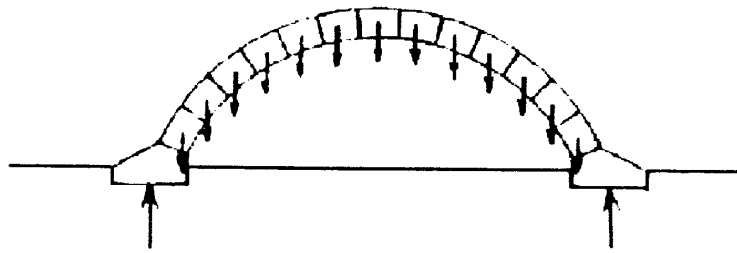


図18 アーチ構造の構造原理

アーチ構造は素材密度が大きいと、自重によって導入される初期圧縮応力が大きくなり形態は安定する。これは丁度、樽構造におけるタガをきつく締めつけた状態と同じである。それゆえ、アーチ構造では素材密度は重要な構造要素と考えられる。

アーチを構成する部材が軽量で素材密度がきわめて小さい場合には、自重から導入される初期圧縮応力は期待できない。このようなときにはテンションメンバーを用いてアーチ構成部材に直接初期圧縮応力を生じさせる必要がある。その代表的なものが図19に示す樽あるいは桶の構造である。なお、樽と桶は同じようなものであるが、次のような違いがある。樽とは一般に、底と固定的な蓋（鏡板ということもある）を持つものをいい、桶とは底を有するが固定的な蓋を持たないものをいう。しかし、側壁部の構造は同じと考えられる。ここでは、樽や桶の側壁部の構造を問題とすることから、これらを区別

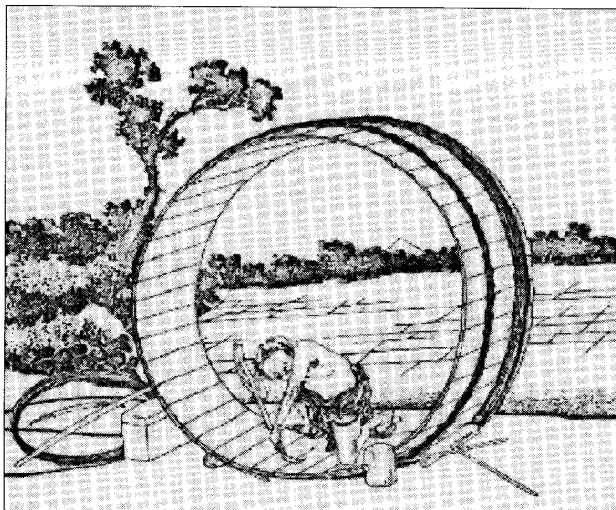


図19 酒造用の大桶（北斎富嶽三十六景より）
コンプレッションメンバー（樽）+テンションリング（タガ）
密着した状態で構成されている。なお、樽（くれ）とは桶の側面壁を造る細長い板をいう。

しないで扱う。

アーチ構造は小さな部材で大きな空間を確保する一つの手法であり、力学的には圧縮力を順次伝達する構造システムである。

発泡材のような密度の小さい素材をコンプレッションメンバーとして用いるときには、樽や桶の構造形式が参考になる。建築構造では樽や桶の構造のようにテンションリング（タガ）が必ずしもコンプレッションリングと密着している必要はなく、テンションリングがコンプレッションリングの外側に離れて存在させ、コンプレッションリング上に放射状に配置したコンプレッション部材でテンションリングを支持する。このようにするとテンションリングに作用した引張力は放射状に配置したコンプレッション部材を通してコンプレッションリングに初期の圧縮力を生じさせることが出来る。また、テンションリングをコンプレッションリングに密着するのは樽や桶で見た通りであり、プレストレストドコンクリートあるいはポストストレストドコンクリート構造のようにテンションリングをコンプレッションリングの中に埋め込むこともできる。さらに、テンションリングをコンプレッションリングの内側に入れることもでき、その基本形体が図2に示すものである。外側のコンプレッションリングを内部のテンションリングで締めつけている。テンションリングの締め

つけ加減でコンプレッションリングに発生する初期圧縮応力を調整することが出来る。このコンプレッションリングをフォームプラスチックで構成したものが図20である。材質はフォームプラスチックに限定する必要はなく、軽く圧縮強さを有するものであればよく、トラス構造でもよい。

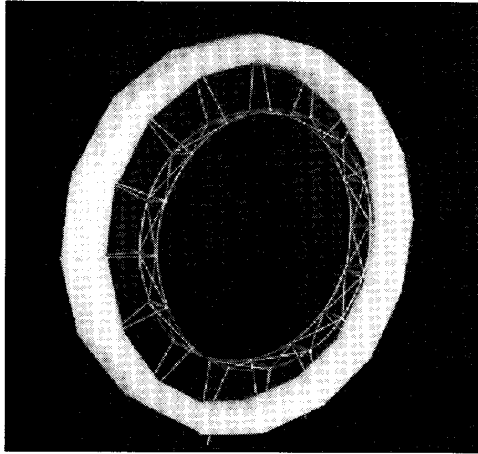


図20 フォームプラスチック製の構造要素
コンプレッションリングにフォームプラスチックを用いた構造要素、これは樽あるいは桶の構造原理を利用している。

このような軽量の基本構造要素を用いると、前段で述べたケーブルドームを造ることも出来るし、また、このような初期応力を導入する構造システムを採用すると、フォーム材のような軽量の素材でもアーチ形式の構造として安定した構造を構成することが出来る。

まとめ

テンセグリティ・システムの形状解析として、ケーブルドームを例にして解析をし、その結果を示した。テンセグリティ・システムはその種類も多く、その全てが解析可能とはいえないとしても、少なくとも、初期応力の存在によって構造的に安定する構造形態であれば、上述のような手法を用いて解析することは可能と考えられる。このプログラムはそれほど特殊なものではなく、これまでのケーブルネットが解

析できるものであれば十分である。ただ、入力データの作成はケーブルネットは平面的なデータであるので、データ形成を自動的に行うことができるが、テンセグリティ・システムの方は3次元的数据となるので、データ作成は手作業的部分が残されている。この点が、最終的な形態を考えながら、部材配置をしていくことになり、大変興味深い点でもある。

束材の長さ、リッジケーブルとダイアゴナルケーブルの初期応力比、リングケーブルの長さなどを変えることにより、最終的に得られる初期形状にバラエティーを与えることができる。

また、フォーム材のような軽量の素材でも初期応力の導入によりアーチ形式の安定した構造システムを創造することが出来ることを示した。

参考文献

1. 1999、K.Ishii、"Membrane Designs and Structures in the world(世界の膜構造デザイン)"、Shinken-chiku-sha (新建築社)
2. 1998、"構造形態の解析と創生"、応用力学シリーズ5、日本建築学会
3. 1990、"有限要素法・全解" G. ダット、G. トゥゾー著：福田収一監訳
パーソナルメディア
4. 1999、小熊有希子、安宅信行、"フォームプラスチックの建築構造への適用について"、第26回繊維学会修士論文発表会 講演要旨集 繊維学会関東支部
5. 1999、小熊有希子、安宅信行、"フォームプラスチックを用いた空間構造"、日本建築学会広島大会梗概集 日本建築学会
6. 1999、小熊有希子、安宅信行、"発泡材料の建築構造への応用とその可能性について"、学苑、環境文化特集 昭和女子大学 近代文化研究所