

フィンランドの算数教育についての考察

—豊かな表現様式による活動とそれらの関連づけ—

斉藤 規子

Arithmetic Education in Finland

—Rich Patterns of Representation and Their Translations
in Mathematics Teaching—

Noriko Saito

Abstract

This study explores arithmetic classes in Finland and what they suggest for arithmetic education in Japan.

The author observed three arithmetic classes in Finland in September 2013 and analyzed the observations. The classes exhibited three characteristics. First, the classes offered opportunities for repeated practice in order to facilitate the mastery of skills such as calculation. Second, the classes had strict classroom rules. Third, the classes engaged in activities with rich patterns of representation which were translated into numeric formulae to be mastered.

This study highlights their use of rich patterns of representation in mathematics teaching and their translations into numerical formulae. The paper looks specifically at the translation of symbolic representations including linguistic, realistic, and illustrative representations, into numerical equations which are not used sufficiently in arithmetic education in Japan.

Key words: Finland (フィンランド), arithmetic classes (算数授業), repeated practice to facilitate the mastery of skills (習熟のための繰り返し練習), classroom rules (授業規律), representations and their translations in mathematics education (数学教育における表現様式と各々の関連づけ)

1 研究の目的と動機

本研究の目的は、PISA 調査において注目されているフィンランドにおける算数の授業の特徴を探り、日本の算数教育への示唆を得ることである。

国立教育政策研究所編『生きるための知識と技能④—OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2009 年調査国際結果報告書—』を基に PISA 2000 以降のフィンランドの読解力と数学的リテラシーの結果を表 1 にまとめた。2000 年以来注目をあびてきたフィンランドの国際順位は、2013 年 12 月に公表された PISA 2012

表 1 PISA 調査におけるフィンランドの結果
(): 調査参加国中の順位

	読解力 得点	数学的リテラシー 得点
2000 年	546 (1 位)	536 (4 位)
2003 年	543 (1 位)	544 (2 位)
2006 年	547 (2 位)	548 (2 位)
2009 年	536 (3 位)	541 (6 位)

の結果は以前より下がったが、依然として OECD 平均よりも統計的に有意に成績上位の国である。

これまでに、フィンランドにおける算数の授業の特徴について熊倉ら（2011b）は「自分で答え合わせをする活動」「軸や目盛りを自分で考えて記入する活動」をあげている。そして（1）自分で答え合わせをする、（2）グラフの軸や目盛りを自分で設定する、などの活動を日本の授業に取り入れることを提案した。

また、埼玉県川口市立舟戸小学校の研究報告書（2010）には、視察したフィンランドにおける授業の特徴として「授業の最初におけるゲームの実施（復習）」「日常的な要素を取り入れた問題の設定」「ペア学習」「デジタル機器の使用」があげられている。

さらに独立行政法人教員研修センター「教育課題研修指導者海外派遣プログラム研修成果報告書『言語力・コミュニケーションの育成』フィンランド（B-2 団）」（2012）には、授業におけるコミュニケーションの進められ方として、とくに日本の授業との相違点として「話すことを優先している」「型やパターンにとらわれずに、自分の思いを、発言したい時に自由に発言している」などをあげている。

筆者はとくに、この報告書の中で「日本は自分の考えを書いてまとめ、練り上げや発表という活動で話す活動につなげることが多い」がフィンランドでは話すことを優先し、話すことを通して考えをまとめるという違いに関心をもった。日本の算数授業の多くが、「自分の考えを持ち、それを発表して練り上げていく」という問題解決型の学習だからである。

そこで、フィンランドにおいて日常的に行われている算数の授業を直接観察し、授業の様子を VTR に撮り、時間の流れに沿って教師の発言・指示等と児童の表情、活動の様子、発言等の関係について分析した。そしてこれまでの論文や各種調査の結果等と比較しながらフィンランドの算数授業の特徴について考察した。さらに見いだされた特徴について、その価値を考察し、日本の算数教育への示唆を得ることにした。

2 フィンランドの算数授業

（1）ヘルシンキ市スオメンリンナ小学校の授業

ヘルシンキのカウパトリ市場よりフェリーで 20 分ほど渡ったスオメンリンナ島にあり、各学年 1 クラスの小規模校である。参観した授業は 5 年「四則計算（計算の順序・（ ）を使った式）」である。

◎ 5 年「四則計算（計算の順序）」（2013 年 9 月 18 日 10:00～10:45 8 名）

学級の子どもたちは少人数のグループに分かれ、それぞれのグループは別々の教室で学習する。該当する算数授業を受ける 8 人が教室に残った。

授業最初の 15 分間は宿題の答え合わせであった。全員で $(9+9):(10-4)$ [$(9+9) \div (10-4)$] や $5 \cdot 6 + 4 \cdot 7 - 3 \cdot 8$ [$6 \times 5 + 7 \times 4 - 8 \times 3$] などの（ ）を使った式の計算について答え合わせをした。この間、教師は机間指導により宿題の状況について確認したり、黒板で計算の順序について説明を行ったりした。

次の 15 分間、教師は 2 人組になるよう指示し、写真 1-1、1-2 のような問題が文章で書かれた 2 種類のプリントを、1 枚ずつ各組に配った。児童は 2 人で相談しながら渡されたプリントに式を書き込んでいた。問題文は 1 枚のプリントに 5～6 問書かれており、中には 2 種類のプリントを一度に渡された組もあった。

2 種類のプリントの違いは、難易度であった。写真 1-1 の問題は「 $\rightarrow 3$ と 4 のかけ算の答えから 5

を引きなさい」「 $\rightarrow 40$ を4で割った答えから3を引きなさい」という問題である。一方、写真1-2の問題は「 $\rightarrow 12$ を3で割った答えを12と5の差にかけなさい」という問題である。問題プリント(2)の問題は(1)に比べて3段階の計算式になるため難易度が高い。習熟の程度に基づいて課していたと思われる。

この間、教師は教卓に位置して、問題の一部を投影して、教室の前にいる児童らに説明しながら答えを書き込んだり、あるいは机間指導をしたりしていた。

写真2の児童2人は机の上に「かけ算九九表」を出している。全員が九九表を出しているわけではない。かけ算の式に表した後、必要に応じて計算する際に用いているようであった。これは教師に指示されたわけではなく、児童自身の判断によるものと受け止められた。

最後の15分間、児童は1人ずつの座席に戻り、教科用図書の問題にそれぞれ取り組んだ。教師は机間指導で一人一人に対応していた。このとき、児童は全員10mm方眼のノートを用いて、ほとんどが直定規で問題番号と解答の欄を分けるための直線を引き、1問1問、問題番号と答えを対応させて記入していた。

(2) ヴィヒティ市クオッパヌン小中一貫校の授業

ヘルシンキより約45km北にある小中一貫校である。参観した授業は3年「かけ算」である。

◎ 3年「かけ算」(2013年9月19日9:00~9:45 16名)

最初の10分間は宿題の答え合わせであった。教師は3桁の加減の計算問題を7題、筆算形式で黒板に書いた。 $(267+323, 705-476)$ などを指名された7人の児童が、黒板上で計算し答えを書く。次に教師が計算過程も含めて1問1問再度確認しながら、全員で答え合わせを行った。

次の約15分間は、教師はかけ算の問題を取り上げた。2の段のかけ算の式で表せる絵を3問投影し、次に4の段のかけ算の式で表せる絵を、同様に6問投影した。

さらに4の段の九九を黒板上に「 $1 \cdot 4$ 」から「 $9 \cdot 4$ 」まで縦に並べて書き、約4分間の音楽テープを流した。この曲は4の段の九九を覚える際の歌であり、教室内の児童はそれぞれにリラックスした様子で、互いの顔を見合わせるなどして笑顔で聞いていた。

日本では4の段の九九は4のn個分や4のn倍の意味を、 $4 \times n$ と式表示するが、本授業では同じ意味を $n \cdot 4$ と表した。一方で教室の掲示物には \times の記号を用いて「 $n \times 4$ 」のような表示も示されていた。

最後の15分間、教師は教科用図書の問題を一人一人に解くよう指示した。本校の児童のノートも

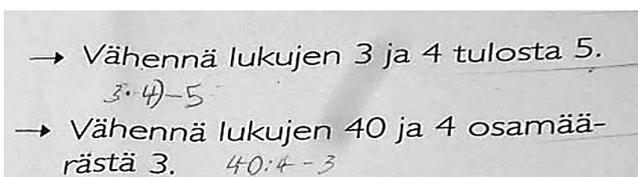


写真1-1 問題プリント(1)

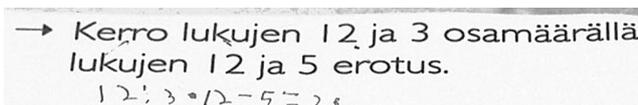


写真1-2 問題プリント(2)



写真2 2人組による問題プリントの解決

全員 10mm方眼であった。また、直定規を用いて、問題番号と解答の欄を分けるための直線を引いて記入していた。このことは、前日参観したスオメンリンナ小学校の5年生と同様であった。(写真3)

写真4は教室に掲示されていた児童の作品である。ヨットの帆の部分は二等辺三角形である。3種類の大きさの二等辺三角形を折り、画用紙に貼る活動は「芸術」の授業に全員が行ったという。しかし、算数の学習内容である「二等辺三角形」の性質や対称や相似等についての理解の基礎的な経験といえる。

(3) エスポー市パイヴァケヘラ小学校の授業

ヘルシンキ市の隣に位置するエスポー市の学校であり、各学年3クラスの規模の学校である。参観した授業は「算数: アクティビティ」という活動主体の時間であった。このような活動は1年生から6年生まで週1回設定しているという。なお、国語においても同様に週1回全学年で設定しているという。

◎ 1年「アクティビティ」(2013年9月20日11:15~12:00
1年3クラス合同授業 計34名)

学年合同で行った「アクティビティ」は次の6種類である。

- ① ボーリング
- ② 空間図形をつくろう
- ③ サイコロ投げ
- ④ 人間すごろく
- ⑤ タングラムによる形づくり
- ⑥ ゴルフ

学年全体の児童を5~6人編成の6つのグループに分け、それぞれが45分間に6種類の活動を行えるようにローテーションする。担当する教師は4人であった。教師4人は4か所に分かれて、それぞれのグループを指導する。上記①と②、④と⑤は2種類をまとめて1つの教室で行い、③と⑥はそれぞれ教室の外の廊下を利用して行っていた。①、③、⑥の活動には得点を設けて、教師が児童一人一人の得点を算出しメモしていた。

① ボーリング

2回ボールを転がし10本のピンを順に倒す。教師は「何本倒せたかな?」「何本残っているかな?」などと声をかけ、足し算や引き算の場面をつくっていた。

② 空間図形をつくろう (写真5)

テーブルの上に見本となる3種類の形が、木製のキューブで積み上げられている。この形と同じ形をカラーキューブ(見本の木製より大きさは小さい)で組み立てるといった活動である。教師は「いくつのキューブが必要かな」などと声をかけていた。

③ サイコロ投げ

1人3回ずつサイコロを3個のバケツをめがけて投げ入れる。バケツにサイコロが入った際に見える目の数の合計が個人の得点になる。教師は得点を3+6のようにメモしながら児童には「何点になったかな」と声をかけていた。

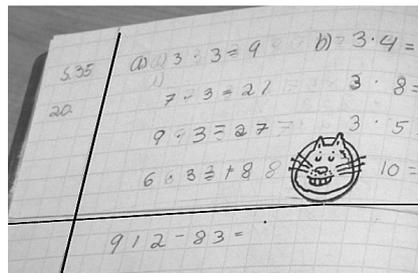


写真3 児童の方眼のノート

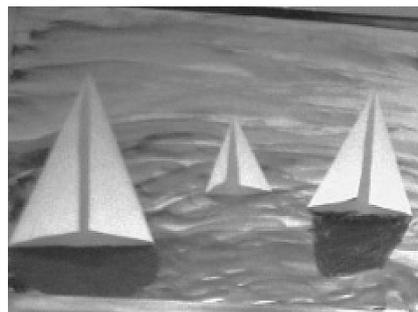


写真4 折り紙によるヨットの絵



写真5 空間図形づくり

④ 人間すごろく (写真6)

大きなサイコロを投げ、出た目の数だけ進む。数字が0から9まで並ぶビニールタイルと、9から0まで並ぶビニールタイルの2本が敷かれていた。例えばサイコロの目が5と出たとき、「2のタイル」から5進み「7のタイル」に止まる場合と、「9のタイル」から5進み「4のタイル」に止まる場合の2種類ができる。教師はサイコロの目が出ると「いくつに止まるのかな」などと声をかけていた。



写真6 人間すごろく

⑤ タングラムによる形づくり (写真7)

緑色やピンク、黄色など7色のタングラムが色別に1組ずつケースに用意されている。児童はカンガルーやヨット、ろうそくなど7種類の絵柄の中から、それぞれ好きな絵柄と好きな色の色板を選んで、絵に合わせて色板を当てはめていく。

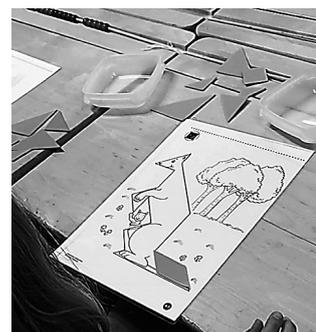


写真7 形づくり

⑥ ゴルフ (写真8)

1つのグループをさらに半数ずつに分けて、パターでゴルフボールを容器に入れるゲームである。一人3個のゴルフボールを打つことができる。写真8では、容器の置かれたカーペットの上の数「3」が1回分の得点となり、3回分の得点の合計が個人の得点となるゲームである。

これも足し算を自然に取り入れることのできるゲームであるが、得点は教師自身が計算してメモしていた。

足し算、引き算は学習済みということであるが、教師はこれらの活動の中では、一人一人の児童がどの程度足し算、引き算を使っているのか、また正しく行っているかなどの確認はしていない。



写真8 ゴルフ

「足し算や引き算の計算を児童が念頭でできるようになるまで、どのくらいの期間を想定しているのか」と尋ねると、「2年かかる子どもいる」という答えであった。念頭でできるまでは、数え足しや数え引きで求めてよいという。

そのために、全ての児童の机には、写真9のように5玉ずつ青、赤、青、赤と交互に並ぶ数え玉が計20個ずつ設置されていた。

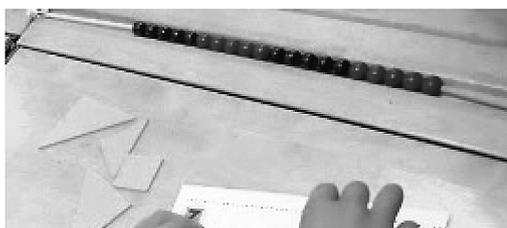


写真9 児童の机上の数え玉

3 フィンランドの算数授業の特徴

今回は日常的な授業を参観するという条件で、特別な授業のパターンを各学校に依頼したわけではなかった。そのため、「考えをクラスの中で話すことを通して、自分の考えをまとめていく」という型の授業を見ることはできなかったが、今回参観したフィンランドの算数の授業については、以下の3点の特徴がみとめられた。

- ① 計算技能などの習熟を図るための繰り返し学習
- ② 授業規律の徹底
- ③ 数学教育における豊かな表現様式による活動

以下に、この根拠となる授業の実際について、過去の論文や調査等との比較をしながら述べる。

(1) 計算技能などの習熟を図るための繰り返し学習

スオメンリンナ小学校5年生の授業においても、クオッパヌン小中一貫校3年生の授業においても、授業初めの約15分間を宿題の答え合わせに使っている。ともに宿題は計算問題であった。5年生の宿題は本時に関係のある四則計算であるが、3年生のそれは本時(かけ算)に直接関係のない3桁の数の加減計算(筆算)である。また宿題の答え合わせをするだけでなく、黒板上で児童が計算してみせたり、教師が説明したりして、計算の手続きを再確認している。「宿題が必ず出される」ということは熊倉ら(2009)が指摘している。さらに熊倉ら(2011b)が参観した「Nummi小学校 授業C」の記録にも一致する。

また、クオッパヌン小中一貫校で用いられていた教科用図書(WSOY社3年)は巻末に青色のラインのページがあり、練習問題が載っていた。教師はこれを宿題のために用いているという。青色のページは教科用図書全体のページの1/3を超えていた。山口武志(2009)は、国際比較調査結果報告書(p.157)の中で、教科用図書充実の工夫の1つとして「教科書における多様な練習問題」をあげ、「教科書における練習問題の充実は、フィンランドの教科書の大きな特徴といえる。」と述べているが、クオッパヌン小中一貫校で用いられる教科用図書の巻末の青色ラインのページがこれにあたる。このことから、宿題や教科用図書の練習問題を活用した計算技能等の習熟のための「繰り返し学習」が重要視されていることがフィンランドの算数の授業の特徴であるといえる。

さらに、クオッパヌン小中一貫校の3年生の教室の教師の机上には、以前に実施したテストの誤答の部分を、児童が家庭で直し、さらにそれを保護者が確認したというサイン付きのテストが提出されていた。子どものテストの結果を保護者が見ること、および子どもがテストの誤答直しをしたことについても、必ず保護者が確認するという体制をとっていた。

このことはTIMSS2011調査の児童質問紙の結果からもうかがえる。「わたしの親は、わたしが宿題をする時間をとっているかたしかめる」という質問に対して、フィンランドの結果は「毎日あるいはほとんど毎日」が66.8%、「週に1回か2回」が19.0%である。これに対し日本は前者25.5%、後者16.4%である。フィンランドでは宿題やテストの結果等を確認することが保護者に求められている。

(2) 授業規律の徹底

3つの学校の3つの授業に共通していたのは授業規律の徹底、児童の学習態度のよさである。

スオメンリンナ小学校5年生の授業は一斉学習と、練習問題等に児童各自が取り組む学習および2人組による学習があった。2人組になるための座席移動や一人一人の座席に戻る場面、教師の説明を聞く場面、児童同士で相談する場面、一人一人取り組む場面、いずれの場面においても児童はリラックスしながらも集中して取り組んでいた。

とくに、四則計算の問題を相談する際、2人組の女子児童がかけ算九九表を自ら机に出していたことから、教師の指示に従うだけでなく、児童は自主的に行動していることもうかがわれた。

クオッパヌン小中一貫校3年生の授業も同様である。とくに約4分間、4の段のかけ算の歌が流れたとき、児童らは顔を見合わせて笑ったり、体を動かしたりしたが、歌が終わり、教師が次の学習の

指示をすると、児童の声は消え、みな黙って一斉にノートを出した。

一方で、宿題として課された3桁の加減計算について教師が説明をしていた際に、ある児童が挙手した場面があった。何かの机からこぼれた様子でこれを伝えたようであった。教師はすかさずホウキと塵取りを渡した。この間、他の児童らは互いに話すこともなく静かに待っていた。

パイヴァケヘラ小学校1年生の授業は、5~6人のグループがアクティブに活動する形態である。グループの活動の中でふざけたり遊びだしたりする児童は見受けられなかった。1度だけ「ゴルフ」の活動において、教師がゲームの説明をしているときに、男子児童3人が注意を受けたのを見た。教師は3人の児童の前に立ち、しっかり聞くよう注意した。この教師は教職3年目ということであったが、「児童が入学の時点でコミュニケーションの力を備えているので、授業を進めるのにとっても助かる。」と授業後に話してくれた。

フィンランドでは就学前の6歳児を対象に1年間の就学前教育（プレスクール）を行っている。95%の幼児がプレスクールに通っているという。藤井ニエメラ・高橋（2007）はプレスクールで重視されることは「人の話を聞けるようになること」「いろいろな人と仲良くなれること」「自分の意見を言えること」などであると述べている。このような就学前教育によって、今回の小学校の授業に見られた規律と自立した学習態度が育まれているのではないかと考える。

また、特徴的なことの1つにノート指導があげられる。スオメンリンナ小学校5年生とクオッパヌン小中一貫校3年生はともに10mm方眼のノートに直定規を用いて問題番号と解答の欄を分けるための直線を引いてから記入するという躰が行き届いていた。日本の算数授業においても最近ノート指導が注目されているが、思考過程や学びの過程がわかるような記述を求めている。

フィンランドの場合は教科用図書の無償給付制度が関係していると思われる。教科用図書は日本のように一人一人に給付されるのではなく学校に備えられている。何人もの児童が同じ教科用図書を使用する。問題番号を明瞭にし、自分の考えた式や答えを方眼に合わせて書くことは、児童自身にとってどの問題の答えを書いたのかわかりやすくなるとともに、教師が確認するときにもわかりやすい。このような理由から、ノートの書き方についての約束が徹底されているのではないかと考える。

（3） 数学教育における豊かな表現様式による活動

中原（1995）はブルナー（Bruner. J. S.）のEIS原理やレッシュ（Lesh. R.）の表現体系等をもとに数学教育における表現様式を大きく5つに類型化している。

- <E1: 現実的表現> 実世界の状況、実物による表現、具体物や実物による実験。
- <E2: 操作的表現> 具体的な操作活動による表現。人為的加工、モデル化が行われている具体物、教具等に動的操作を施すことによる表現。
- <I: 図的表現> 絵、図、グラフ等による表現。
- <S1: 言語的表現> 各国の日常言語を用いた（数学的）表現、またはその省略的表現。
- <S2: 記号的表現> 数字、文字、演算記号、関係記号など数学的記号を用いた表現。

今回参観した3つの授業や、授業では直接見られなかったが説明を受けた指導の過程あるいは掲示物等から、これらの表現様式の中でも特に <E1: 現実的表現> <E2: 操作的表現> <S1: 言語的表現> による活動が多く見られた。

① 現実的表現

現実的表現とは、「実世界の状況、実物による表現、具体物や実物による実験」などによる表現で

ある。パイヴァケヘラ小学校1年生の授業におけるボーリングやサイコロ投げ、人間すごろく、ゴルフがこれにあたる。これらの活動には自由遊びという現実的な表現を通して、数の大小や系列、足し算や引き算の理解へ結びつけようという意図がある。45分間の授業の中で教師は数学的記号を用いるよう児童に促してはいないが、例えば+、-の記号に通じる言葉である「あといくつ残っているかな」「合わせて何本倒せたかな」などの声かけをしている。

現実的表現を丁寧に扱う傾向は、1年生の足し算の指導にも見いだすことができた。パイヴァケヘラ小学校長ユッカ・サルピア氏は電子黒板を用いて、足し算の指導の際の教師の発問について以下のように説明してくれた。(写真10)

はじめに「今、何匹いるか」と児童に問う。次に1匹の犬が来るといふ動画を見せ、「何が起きたのでしょうか」「何匹来ましたか」「どうして3匹になったのでしょうか」などと問い、絵に表された場面と起きた変化、変化によってもたらされた結果を何度も言葉に表現させる。最後に「このことを式にすると $2+1=3$ です。」と示す。「 $0+3=3$ 」についても指導の様子を再現してくれたが、同様に、何度も場面と変化について言葉による表現を繰り返して、現実的な状況と記号的表現(式)との関連づけを行うものであった。

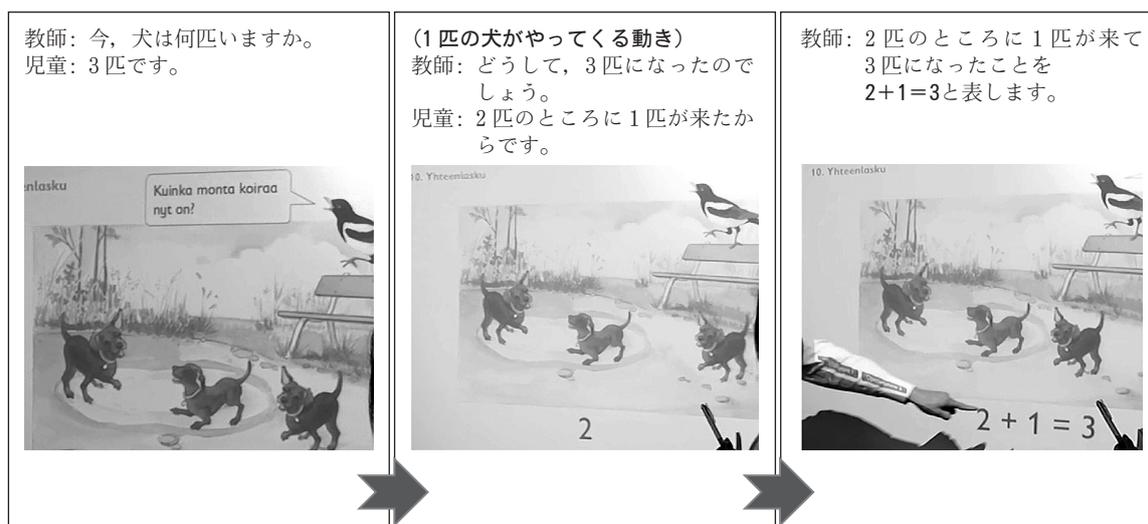


写真10 「 $2+1=3$ 」を指導するまでの教師の発問・指導の流れ

② 操作的表現

操作的表現とは、「具体的な操作活動による表現、具体物や教具等に動的操作を施すことによる表現」である。パイヴァケヘラ小学校1年生の授業におけるカラーキューブによる空間図形づくりやタングラムによる形づくりがこれにあたる。また、クオッパヌン小中一貫校3年生の教室に掲示されていたヨットの絵の中の二等辺三角形づくりもこれにあたる。算数の授業だけでなく「芸術」の時間において算数の内容を意識した活動が行われている。いずれも操作的表現を通して図形の性質や見方等についての理解へつなげるものである。

③ 言語的表現

言語的表現とは、日常言語を用いた数学的表現である。スオメンリンナ小学校5年生の「四則計算における計算の順序、() の計算」の授業での教師作成の問題は「 $\rightarrow 3$ と 4 のかけ算の答えから 5

を引きなさい」「 $\rightarrow 12$ を3で割った答えを12と5の差にかけなさい」というものであった。言語的表現を式(記号的表現)に変えよというものである。すなわち言語的な表現と記号的表現の関連づけを促している。

このような問題は教科用図書にもあった。写真11はスオメンリナ小学校で用いられていたフィンランドの教科用図書(WSOY社5年)である。3択により式を答えるものではあるが、言語的表現を記号的表現に変える問題である。

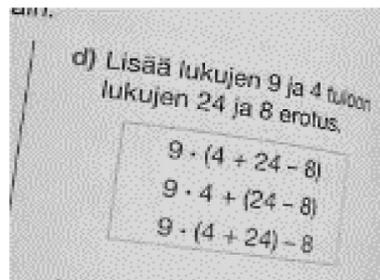


写真11 教科用図書
(WSOY社5年)

4 日本への示唆

3で述べたフィンランドの算数授業の特徴から、日本の算数教育において取り入れるとよい点について提案する。とくに「③ 数学教育における豊かな表現様式による活動」を提案する。

「① 計算技能などの習熟を図るための繰り返し学習」については、日本の学習指導要領「第2章 第3節 算数 第3」の「指導計画の作成と内容の取扱い」において示されている。日本においても適宜練習の機会を設けて指導がなされている。ただしフィンランドのように1単位時間の1/3にあたる15分間を宿題等の答え合わせに費やし、残りの30分間で新しい内容の指導をするという時間配分は考えにくい。このことは学習指導要領に示される指導内容の量や授業時数等に関係するといえよう。(注 フィンランドの義務教育段階のカリキュラムは1~2学年, 3~5学年, 6~9学年という区分ごとに目標と内容を定めている。平均授業時間は日本よりも年間100時間程度少ない)

「② 授業規律の徹底」が図られていたことは、フィンランドの就学前教育における「人の話を聞けるようになること」「いろいろな人と仲良くなれること」「自分の意見を言えること」などコミュニケーションに係わる指導が関係していると思われた。就学前教育の実態と小学校(算数)の授業の関連性等については、今後さらに詳しく調査し、日本の算数教育や幼児教育を含めた指導のあり方について提案を行うこととする。

なお、参観した授業では、自分に必要なことは自主的に判断して児童自ら行動する姿が見られた。これは日本が求めている確かな学力「自ら考え、判断し、表現することにより、様々な問題に積極的に対応し解決する力」そのものである。このことも含めて就学前教育の実態について調査する。

「③ 数学教育における豊かな表現様式による活動」については、とくに今回フィンランドの授業等で認められた活動の中で、日本では十分に行われていないと思われる活動があった。そこで、このことの価値について述べ、日本においても取り入れたい活動を具体的に提案する。

① 数学的な表現様式による活動および各表現同士の関連づけの意義

中原(1995)は数学教育における表現様式を大きく5つに類型化し、これらを図1のように体系化している。図1は現実的表現から始めて徐々に抽象性が増し、記号的表現にたどり着くという順序を示している。同時に、5つの表現様式間には相互の変換(\leftrightarrow)があり、同一の表現様式内においても変換  がある。

中原(1995)はその著書の中で子どもたちの理解の順序について Herscovics と Bergeron¹⁾の「直観的理解→手続き的理解→数学的抽象(論理-物理的抽象)→形式化」や Pirie 女史ら²⁾の「初源的活動→イメージ形成→イメージ所有→性質認知→定式化→(自身の思考の)観察→構造化→発明」という

順序をあげているが、この理解の順序と表現体系に示される順序は一致している。

5つの表現様式のうち〈S1: 言語的表現〉と〈S2: 記号的表現〉が抽象的で高度な表現である。そして数学教育の最終的な目標は数学的な記号的表現 (S2) である。しかし線形的に一方通行で進むことが理解にとって望ましいとはいえない。

例えば中原 (1995) は他の4つの表現から記号的表現につなげる指導とともに、記号的表現を他の表現に変える指導が大切であるとしている。そして、これまでの指導は記号的表現から他の4つの表現に変える「記号解釈」の指導が十分でないと述べている。

どの様式からどの様式へも変換できること、すなわち表現同士の関連づけができることが内容を真に理解している状態である。算数の指導においても、現実的表現や操作的表現、及び図的表現を通して、抽象的な言語的表現や記号的表現に高めること、およびそれぞれの表現の関連づけが重要である。

② 現実的表現への示唆

Herscovics らが理解のための最初の段階にあげた「直観的理解」とは、現実的事象や事物について直接行動することを通して理解することである。したがってこの段階の行動には自由遊びやゲームなどがある。また、Pirie 女史らの述べる理解の最初の段階「初源的活動」とは具体物などを用いた活動である。理解の最初の段階に自由遊びやゲーム、具体物を用いた活動が重要であるといえよう。

パイヴァケヘラ小学校1年生の「アクティビティ」での活動は自由遊びやゲーム、具体物を用いた活動である。日本においても例えば足し算や引き算の理解は、「現実的な加減の場面 (3本の鉛筆と1本の鉛筆を合わせると何本になるか・など)」から始まり、次に「おはじき等を用いた加減の操作 (3個のブロックと1個のブロックを合わせて何個になるか・など)」そして「言語的表現や記号的表現による加減の意味の理解 (3と2を合わせると5になる。式にすると $3+2=5$ などの抽象化)」という流れで進められる。だが「現実的な加減の場面」のほとんどは教科用図書に絵で示されており (図的表現)、パイヴァケヘラ小学校の児童のようにダイナミックに体を動かす活動は少ないといえる。また何度も活動させることもない。

そこで、今回のフィンランドで見られたような体を使った遊びやゲームを取り入れながら、記号的表現である数や+、-などのイメージにつなげることを提案する。このことは直接体験が少ないといわれている現在の日本の児童にとって、より意味をもつと考える。逆に記号的表現を活用する場面であると認識させる学習にもなり得る。また、小学校における数や図形の学習を見通し、幼稚園においてこのような遊びやゲームを行うことについても、検討する価値があるのではないだろうか。

小学校の算数の学習において、どの程度、このような遊びやゲームなどを行わせることが妥当かは課題である。また、幼稚園においてこのような遊びやゲームを行うことについても、その価値や具体的な内容、方法等の提案をすることは今後の課題としたい。

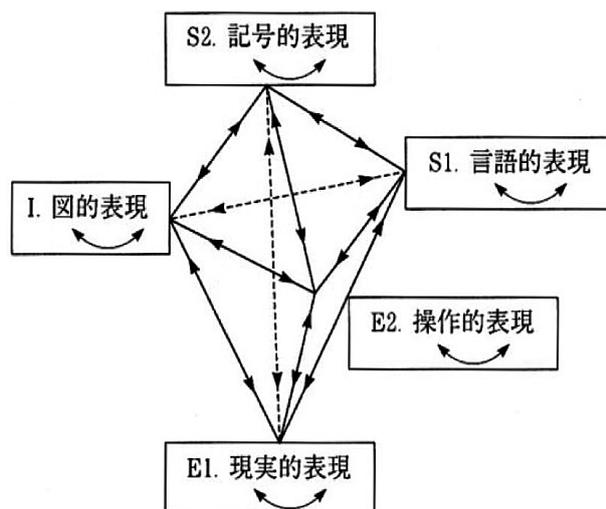
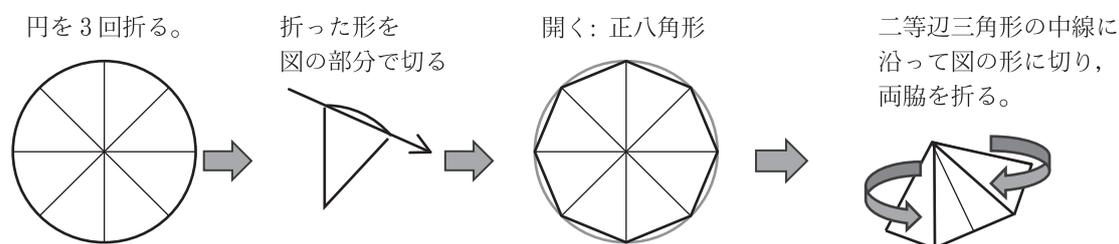


図1 数学教育における表現体系

出典: 中原 (1995), p. 202

③ 操作的表現への示唆

クオッパヌン小中一貫校3年生のヨットの絵の中で、ヨットの帆の部分は次のように紙を折ることで完成する。



児童に円を3回折らせ、弧の部分を持って開かせれば8枚の二等辺三角形から成る正八角形ができる。ここで開かずに二等辺三角形を中線で折ってもよい。最後に1枚の二等辺三角形とその両端の三角形(直角三角形)を切り取り、折らせる活動は、3年生の児童にとって困難な作業ではないだろう。

円の性質、二等辺三角形や正八角形の性質等について感覚的に学べる教材であると考えられる。日本においても円や二等辺三角形の学習を行う3年生を基準に取り扱うことを考えるとよい。さらに、このような折り方で「なぜヨットの帆のような形ができるのか」と理由を考えさせる活動を、正八角形を学ぶ5年生を基準に取り扱うことも考えられる。

④ 言語的表現への示唆

スオメンリンナ小学校5年生の授業での「→3と4のかけ算の答えから5を引きなさい」「→40を4で割った答えから3を引きなさい」は言語的表現であり、これを式(記号的表現)に変換するものであった。日本語では「3と4の積から5を引きなさい」「40を4で割った商から3を引きなさい」などの表現も考えられる。

図2は日本の教科用図書(啓林館4年)の問題である。日本の教科用図書には、このように式で示されたものを計算する問題はあるが、フィンランドのように言語的表現を式に変え、計算するものは教科書会社全6社を通じていずれにもない。和差積商などの算数用語を用いることにも考慮して、フィンランドのように算数的な言語表現と式との関連づけを提案する。

なお、現実の問題場面(例: 1箱に縦2個、横3個並べてケーキを入れる。ケーキ60個では箱は何個必要か)を言語で提示して、これを式に表す問題は、日本、フィンランドのいずれの教科用図書にもある。

⑤ 図的表現への示唆

フィンランドにおいて図的表現を重視していると思われる内容が「1年生の問題集」(Kymppi 1)に見受けられた。このことについて、日本との比較をしながら提案する。

図3は「合わせていくつか」という問題である。現実的状况を「情景図」に示しているだけのものである。このような表現に対して日本の教科用図書のほとんどは図4のような記載になっている。

6 計算の順じよを考えて計算し、そのしかたを説明
 しましょう。

㊦ $12 \div 2 \times 3$ ㊧ $12 \div (2 \times 3)$ ㊨ $12 + 2 \times 3$

7 ① $16 - 4 + 2$ ② $16 - (4 + 2)$
 ③ $16 \div 4 \div 2$ ④ $16 \div (4 \div 2)$
 ⑤ $16 + 4 \div 2$ ⑥ $(16 + 4) \div 2$

図2 教科用図書(啓林館4年)

あわせて何台？

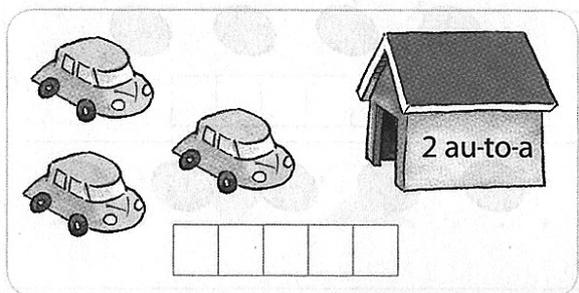


図3 フィンランドの問題集 (WSOY 社 Kymppi 1)



図4 日本の教科用図書 (東京書籍 1年)

図3も図4も求めること、すなわち「合わせて何台?」「けえきは、ぜんぶでなんこありますか」はともに文章で示されているが、図4が現実的な情景を文章と図の両方で示している点で図3と異なる。

図4では「くりのけえきが3こある」「いちごのけえきが4こある」という情景を、文章でも図でも表現している。文章は、これを読んだら、念頭にイメージ化できることが重要であると考えが、図4のような表現が示されていればその必要がない。図3では情景を示す文章がないため、児童は図をみて「車が3台ある」「ガレージには2台ある」ことを解釈し、自分自身で言葉を補う必要がある。

また図3と図4では図的表現そのものも異なる。図3の右側にはガレージのような建物が示され、「車2台 (2 au-to-a)」と文字と数字で示されている。すなわち記号的表現 (+ 言語的表現) で車の台数を示している。図4のように具体物は示されていない。完全な情景図ではないため、児童は「車2台」という表現を自分の念頭に図としてイメージするか、もしくは左側の具体物の図を「車3台」という表現に変えて、最終的に $3+2=5$ の記号的表現につなげることになる。

日本では2007年から実施されている全国学力・学習状況調査の算数や数学のB問題は活用の問題といわれ、長文の読み取りや事実、方法、根拠を記述することが求められている。知識や技能を調査するA問題に比べて平均正答率は低い。フィンランドは読解力も優れている。長文の読み取りや記述に対する力を育成するためにも、逆の変換である「図的表現を言語的表現に変換する」という視点に立って問題の提示方法を簡素化し、言葉を補うという活動を提案する。

なお日本の教科用図書にも、一部を図的表現、他の部分を文章で示しているものが1社にのみに認められた。(図5) 同様の表記はフィンランドの問題集にも認められた。



図5 日本の教科用図書 (啓林館 1年)

5 結 論

2013年9月にフィンランドの3つの算数授業を観察し考察・分析した結果、特徴として、「計算技能などの習熟を図るための繰り返し学習」「授業規律の徹底」「数学教育における豊かな表現様式による活動」が認められた。

「計算技能などの習熟を図るための繰り返し学習」「授業規律の徹底」は日本においても強調されていることであるが、繰り返し学習についてはフィンランドの指導方法をそのまま取り入れることは日本の教育課程上難しい。授業規律の徹底については、規律を守るだけではなく、主体的に判断する様子がフィンランドの児童には見受けられた。この点については、フィンランドの就学前教育（プレスクール）の影響が大きいのではないかと予想された。今後就学前教育（プレスクール）の実態を明らかにし、具体的な示唆を得ることとする。

今回フィンランドにおいて認められた「数学教育における豊かな表現様式による活動」についてはとりわけ「現実的表現と記号的表現との関連づけ」「図形の性質の理解につなげる操作的表現」「図的表現と文章表現との関連づけ」「言語的表現と記号的表現との関連づけ」の活動が、日本の算数教育には十分でないと思われた。

数学教育における個々の表現様式は、抽象的な言語的（数学的）表現や記号的（数学的）表現の理解にとって肝要であるとともに、相互の関連づけができることが重要である。そこでこれら4つの活動について具体的に提案した。

- ① 1年生における遊びやゲームなどのダイナミックな現実的表現と記号的表現との関連づけ
- ② 3年生または5年生における図形（二等辺三角形、円、正八角形）の性質の理解につなげる操作的表現（図画工作との合科的な扱いも視野に入れて）
- ③ 1年生における図的表現と文章表現との関連づけ（文章題における文字表現と情景図の示し方について）
- ④ 4年生「計算の順序・（ ）を用いた式」における言語的表現と記号的表現との関連づけ

今後の課題は提案した①から④までの活動が、児童にとって該当する内容の理解に有効であるかを明らかにすることである。また、フィンランドの就学前教育（プレスクール）の実態を調査し、小学校における学習態度、とりわけ話す、聞く、および自主的な取組みへの影響を探ることである。同時にフィンランドの就学前教育（プレスクール）における小学校（算数）の学習内容と関連した活動について調査し、日本の算数教育や幼児教育を含めた「数と図形」についての指導のあり方について提案することである。

注

- 1) Herscovics, N. & Bergeron, J. C., “Models of Understanding”, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Jahrgang 15, Heft 2, 1983, pp. 75-83.
Herscovics, N. & Bergeron, J. C., “A Constructivist vs a Formalist Approach in the Teaching of Mathematics”, *Proceedings of the 8th PME*, 1984, pp. 190-196.
Herscovics, N. & Bergeron, J. C., “A Constructivist vs a Formalist Approach in the Teaching of the Even-Odd Number Concept at the Elementary Level”, *Proceedings of the 9th PME*, 1985, pp. 459-464.
- 2) Pirie, S. E. B. & Kieren, T. E., “Through the Recursive Eye: Mathematical Understanding as a Dynamic Phenomenon”, *Proceedings of the 13th PME*, vol. 3, 1989, p. 119
Pirie, S. E. B. & Kieren, T. E., “A Recursive Theory of Mathematical Understanding”, *For the Learning of Mathematics*, November 1989, p. 7.

引用・参考文献

- 熊倉啓之 他4名(2009)「教科書と授業からみるフィンランドの数学教育」日本数学教育学会誌第91巻7号
(数学教育63-4) pp.36-45
- 熊倉啓之 他5名(2011a)「フィンランドの算数教育—フィンランドの教育制度—」日本数学教育学会誌第93巻8号(算数教育60-4) pp.20-23
- 熊倉啓之 他5名(2011b)「フィンランドの算数教育—フィンランドの算数授業—」日本数学教育学会誌第93巻10号(算数教育60-5) pp.18-23
- 熊倉啓之(2013)「フィンランドの算数・数学教育—「個の自立」と「活用力の育成」を重視した学び」明石書店
- 中原忠男(1995)「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」聖文社
- 藤井ニエメラみどり・高橋睦子(2007)「フィンランドの子育てと保育」明石書店
- 山口武志(2009)理数教科書に関する国際比較調査結果報告(Ⅲ.算数・数学の教科書 8.フィンランド)「第3期科学技術基本計画のフォローアップ「理数教育部分」に係る調査研究」平成20年度科学技術振興調整費調査研究報告書 国立教育政策研究所 pp.150-161
- 山口武志(2010)「フィンランドの算数・数学教科書」日本数学教育学会誌第92巻6号(算数教育59-3) pp.4-8
- 山口武志(2011)「新しい算数・数学科学学習指導要領に関する比較教育的視座からの考察」鹿児島大学教育学部研究紀要(教育科学編)第62巻 pp.15-29
- 生きるための知識と技能④—OECD生徒の学習到達度調査(PISA)2009年調査国際結果報告書—(2010)国立教育政策研究所編 明石書店
- 教育課題研修指導者海外派遣プログラム研修成果報告書「言語力・コミュニケーションの育成」フィンランド(B-2団)(2012)独立行政法人教員研修センター
- 算数的活動を通して、進んで学習しようとする児童の育成—フィンランドの教育現場から学んだ指導法のよさを生かして—(フィンランド教育研究事業)(2010)川口市立舟戸小学校
- TIMSS2011算数・数学教育の国際比較—国際数学・理科教育動向調査の2011年調査報告書(2013)国立教育政策研究所編 明石書店
- 小学校学習指導要領解説(算数編)(2008)文部科学省 東洋館出版社
- 教科用図書「算数1年」(2010)啓林館,東京書籍
- 教科用図書「算数4年」(2010)啓林館
- 教科用図書「算数5年」(2012)WSOY社
- 算数1年問題集「Kymppi 1」(2012)WSOY社 Sanoma Pro

(さいとう のりこ 初等教育学科)