

成人期における数式への関与についての一考察

—数式の意味的解釈の可能性を探る—

佐々木 隆 宏

1. 研究の背景・目的・方法

1.1 学校教育期を終えたら数学は不要か

人の生涯を学校教育期と成人期の2つの時期に分けると専門職業人でない限り成人期に数式と関わることは少なくなる。また、学校教育期に形成された数学に対する負のメンタル・スキーマにより、成人期において数式と関わりたくない、あるいは数式と関わらずとも生きることができると考える人も少なくない。作家の曾野綾子氏が中学校において必修とされていた二次方程式の解の公式に対して「二次方程式がなくても生きてこられた」、「二次方程式などは社会へ出て何の役にも立たないので、このようなものは追放すべきだ」と発言したことを、曾野氏の夫である三浦朱門氏が公言したことがある。その後、三浦氏が教育課程審議会で削除を主張し、1998年改訂の学習指導要領では二次方程式の解の公式が中学校において必須事項ではなくなった(西村, 2001)。この事実については多くの議論があったが、曾野氏の発言は多くの成人が考えていることを代弁しているように感じられる。確かに学校教育期には算数・数学が教育課程において教科として組み込まれていることから日常的に算数・数学を学習するが、成人期には数学と直接の関わりがなくなると感じる人がいても不思議ではない。しかしながら、成人は数学と直接関わらずに生きているのであろうか。

1.2 数学教育において数学的リテラシーに注目する動きがある

成人は学校教育後の数十年にわたり数理科学を基盤とする変化の激しい社会を生きることになる。今後、社会はIoT (Internet of Things) やAI (Artificial Intelligence) を中心とする第4次産業革命により、これまで以上に急激に変化すると考えられる。そのため数学を知識ベースだけではなく能力ベースで捉えようとする世界的潮流がある。

数学的リテラシーは長崎(2014)の言葉に従えば「すべての成人が持つことを期待される数学に関わる知識・技能、考え方、態度など」と解釈される。現在の社会は数理科学を基盤として成り立っていることから、成人は数学的リテラシーを活用する状況に埋め込まれながら生活しているといえる。例えば、家を新築あるいは改築しようとするとき、図面をみて室内を想像することができるのは数学的に処理した結果を実世界の問題場面と照らして解釈するという数学的リテラシーを活用している。算数・数学で考えたことを他人に説明する学習を行うことは、成人期において自らの考えを他人にわかりやすく説明することに役立つ。自動車を購入しようとする場合にパンフレットに書かれた数量で提示された性能を比較することや、販売担当者による説明を批判的に検討して、より良い判断をしようとする態度も算数・数学の学習を通して身に付くものとされている。さらに福祉分野の介護を例にとると、割合・グラフ・統計を利用する力、総合的に考えようとする態度、システムの考える方法

が数学的リテラシーであるとされる(長崎, 2014)。これらの能力は算数・数学の学習のみで培われるものではないが、知識だけではなく論理性が顕著に現れる算数・数学がこれらの能力を培うのに適している。算数・数学を学校教育において学んだ純粋数学で捉えようとするれば、成人は算数・数学で学習した知識を活用して生きているかとの問いに対して肯定的な回答が得られない可能性がある。しかしながら、知識ベースの算数・数学から、能力ベースの数学的リテラシーへパラダイムをシフトすることにより、成人は算数・数学で学習した知識を活用して生きているかとの問いに対して肯定的な回答を得ることが期待できる。

1.3 本論の目的と方法

前節において、成人は数学的リテラシーを活用して生きていると考えられることを述べた。そこで本論では、数学的リテラシーの活用を促進させるために、成人期における数式との関わり方を提案することを目的とする。以下、その理由を述べる。成人の生活のあらゆる場面で科学理論を根拠として得られた数値が提示される。それらの数値を批判的に分析し、数学的リテラシーを活用するためには、科学理論に対して可能な限りのアプローチをする必要がある。科学理論はしばしば数式を用いて記述されることから、科学理論に対して可能な限りアプローチするためには、成人期における数式への関与の方法について検討する必要がある。

本論では、はじめに第2章において学校教育における数式の扱いについて概観し、いくつかの指摘をする。次に、第3章において成人期における数式との関わり方として「数式の意味的解釈」を提案する。数式の意味的解釈は学校教育期よりも数式への関与を柔軟にし、数式に対するより積極的なアプローチを可能にすると思われる。最後に数式の意味的解釈の意義について述べ、誤解を回避するためのいくつかの補足を述べることにする。

2. 学校教育における数式について

2.1 数学教育における表現体系

数学には式やグラフ、図、表など様々な表現方法がある。これらのうち、用いる表現方法によって数学の理解のしやすさの程度は異なる。数学教育に限定した研究ではないが、ブルーナー(1966)は子どもの認知様式の表現に着目すると以下の3つの水準に分けることができるとし、表現方法の水準の違いが認知や理解の違いに影響を与えることを示した。

- 1) 行動的表現 (Enactive Representation)
- 2) 映像的表現 (Iconic Representation)
- 3) 記号的表現 (Symbolic Representation)

この原理はそれぞれの頭文字をとってEISの原理とよばれる。EISの原理は数学教育に限定されたものではないことから、中原(2001)はEISの原理をもとにして数学教育における表現体系をまとめた。

- 1) 現実的表現 (Realistic Representation)

実世界の状況、実物による表現、具体物や実物による実験などはここに含める。

2) 操作的表現 (Manipulative Representation)

具体的な操作活動による表現，人為的加工，モデル化が行われている具体物，教具等に動的操作を施すことによる表現。

3) 図的表現 (Illustrative Representation)

絵，図，グラフ等による表現。

4) 言語的表現 (Linguistic Representation)

日本では日本語，米国・英国では英語など，各国の日常言語を用いた表現，またはその省略的表現。

5) 記号的表現 (Symbolic Representation)

数字，文字，演算記号，関係記号など数学的記号を用いた表現。

上にあげた5つの表現方法を「 $14-5=9$ 」を例にとって説明する。現実的表現は「卵が10個入りのパック1つと，ばらで4個，全部で14個ある。これから5個使うと何個残るでしょう。10個入りのパックから5個使って残りが5個。その5個と4個とを一緒にして，残りは9個。」を実際の卵を使って示した表現である。操作的表現や図的表現はタイルなどの半具体物や○などを用いて操作を行う。言語的表現は「14から5を引く。4から5は引けないので14を10と4に分け10から5を引いて残りが5。その5と4を加えて，答えは9。」といった表現である。記号的表現は「 $14-5=(10+4)-5=(10-5)+4=5+4=9$ 」という表現である。

ある意味を持った内容を記号的表現で表したものが数式であり，数式を日本語などの言語で表したものが言語的表現である。算数・数学教育では数式で表現された内容を日本語で表現しなおすといったことが行われる。数式のような記号的表現を日本語などの言語的表現に変換することを「記号的表現から言語的表現へ写像する」などと記すことにする。

2.2 学校教育における式指導の意義

学校教育で指導される数式は「一定の記号を一定の規則に従って並べた有限な記号の系列である」と定義され，式の構成には記号の設定，構成規則，変形規則が必要だとされる。また，学校教育における式指導は，以下に示す5つの意義があるという（國本，1990）。

- 1) 式は，事態や関係を明確・簡潔に表現する。
- 2) 式は，関係を一般的に表現する。
- 3) 式により，形式的処理が可能である。これは，思考の節約につながる。
- 4) 式により，拡張や統合を図ることができる。
- 5) 式は，自分の思考過程，問題解決過程を表現することができ，それを他人に的確に伝えることができる。

さらに，1989年改訂の学習指導要領では，以下に示すような「式のよみ」の重要性も強調されるようになっている（以下，國本1990より抜粋）。

- 1) 式の表す事柄や関係を一般化してよむ。
- 2) 数直線などの具体的なモデルと対応してよむ。

- 3) 式からそれに対応する具体的な場面をよむ。
- 4) 式を発展的によむ(数範囲を広げる, 数量の数を変える, など)。
- 5) 式から思考過程をよむ。

このことにより学校教育において, 式の表現, 式の操作, 式のよみという式指導の枠組みができた
とされる。しかしながら, 式指導の枠組みを意識した教育を徹底しているかについては疑問がある。
そのことを次節において述べる。

2.3 学校教育における数式指導に対する指摘

前節で学校教育における式指導の枠組みをまとめた。ここで指摘しておきたいことが2点ある。

第一に, 学校教育における式指導の枠組みは算数・数学の知識を学習する場合を想定しており, 日
常生活における数式との関わりについて述べたものではない。したがって, 成人は数式と関わらずに
日常生活を送っていると感じてしまうであろう。

第二に, 数式は操作(計算)の対象であるとする見方が根強いと思われることである。例えば乗法
の演算順序問題がある(遠山, 1978)。小学校のテストに「6人の子どもに, 1人4こずつみかんをあ
たえたい。みかんはいくつあればいいでしょうか。」という問題が出されたとき, 何人かの子どもが
 $6 \times 4 = 24$ と書いたところ, 答えの24にはマルが付けられ, 6×4 には \times が付けられ, 4×6 と訂正さ
れた。これに疑問を抱いた保護者が新聞社や当時の文部省に質問状を出して論争が起こったという。
この問題は1970年代に遠山によって紹介された問題であるが, 現在でもSNSに同様の内容の投稿が
みられる。本論では, この問題に対して結論を導くことはしないが, この問題は数式の捉え方につい
て何等かの示唆を与えると考えられる。数式を「計算する対象」とみて, 実数体(real number field)
上の乗法に関する交換法則が成立することを根拠にすれば 6×4 と 4×6 は同一と捉えることができる。
この意見は, 式の背景にある問題文脈は排除されたものである。しかしながら, 式の背景にある問題
文脈を考慮すると, 4×6 が正しく, 6×4 は間違いであるという意見にもなる。つまり意味の捉え方
によっては 6×4 は正解にもなる。したがって, 数式の捉え方は多様であり, 言い換えれば, 数式に
は解釈の自由度があるということである。この自由度が齟齬の原因になっていると考えられる。この
問題は, 数式の捉え方には検討の余地が残されていることを示唆している。

3. 数式の意味的解釈

3.1 成人期における数式への関与についての検討に向けて

成人期に数学的リテラシーを活用しようとする場合, 先に述べた例のように数式を用いない場合も
ある。一方, 経済, 法律, 政治から買い物に至るまで, 様々なところに数式を用いて得られた数値が
提示されている。このことについて浪川(2008)は「一市民として必要な知識とは, 単なる身の回り
のことだけではなく, また自分の職業上の専門に関わることだけでもなく, 社会人として公共の事柄
を考え, 判断するためのものである。公共的な政策・企画等ではしばしば高度な科学理論が根拠とし
て用いられる。その場合, それらの妥当性を判断するのに, 科学理論そのものに精通している必要は
ない。しかしその理論が適用可能であるか, あるいはその適用の仕方が妥当であるかなどについての
批判的判断を市民は自ら行わなければならない。」と述べ, このことを「知識の受身的利用」とよん

でいる。浪川の主張は個人と数学との関わり方に示唆的である。しかしながら、知識を利用するために、科学理論および数式に対して可能な限り積極的なアプローチが必要な場合もある。例えば、ヒトの肥満の程度を表すボディマス指数 (Body Mass Index) は体重を身長で2回割る。一方、児童・生徒の肥満の程度を表すローレル指数 (Rohrer Index) は体重を身長で3回割る。ボディマス指数とローレル指数の計算式を比較すると、ローレル指数の方が児童・生徒の身長の急激な伸び具合を考慮して構成されていることがわかる。このように数式を用いることが、提示された数値の理解を促進することもある。

これに対して数式との関わりについて、計算を伴わなければ真の理解は得られないとする見方もある。しかしながら、それは純粹数学の視点からの見方であり、数学的リテラシーの視点とは異なる。言語哲学者の Wittgenstein は、彼の後期哲学において、言語は専らそれが使用される脈絡のうちで観察されるとしている。数式は数学の表現形式の1つであり、広義には言語であるといえることから、数式も用いられる脈絡のうちで観察されるといえる。したがって、数式を職業として用いる場合と日常生活で用いる場合では、数式との関わりも異なるといえる。職業として数式を用いる場合は高度な数学や科学理論を理解しなければならない。一方、日常生活で数式を用いる場合は高度な数学の理論を必ずしも必要としない。この場合、成人にとって必要なのは数学がどのように構成されたかではなく、活用の方法を知ることである。例えば携帯端末の構造を理解することと、携帯端末を使いこなすことは区別される。このとき、成人は携帯端末の活用の方法を知っていれば十分である。同様に成人は日常生活において数式の目的や使われ方を理解し、自らの生活に還元することができれば十分である。

3.2 数式の意味的解釈

浪川 (2008) は市民には科学理論の利用の仕方が適切であるかの判断、科学理論の用いられ方が妥当であるかの判断が求められるという。「科学理論」を「数式」に限定すると、数式の利用の仕方が適切であるかの判断、数式の用いられ方が妥当であるかの判断が求められることになる。これらの判断を行うために、本論では、式の目的や意義、限界や注意点、適用条件、数学的構造に関する可能な限りの解釈をよみ取ることが必要な場合もあるのではないかと考える。日常生活における数式との関わりという枠組みの中で少しでも積極的に数式と関わることは、浪川のいう「知識の受身的利用」を促すことにつながると考えられるからである。そこで本論では「数式の意味的解釈」を提案したい。

「数式の意味的解釈」とは「数式の利用目的や意義、限界や注意点、適用条件、数学的構造に関する可能な限りの解釈を非専門的な言葉を用いて行うこと」である。ここでの「非専門的な言葉」とは、科学理論で使われる専門的な言語ではないという意味である。したがって、日常で使われている言葉の他、義務教育段階で学習する数学的知識の現実的表現、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現を含むものとする。さらに、専門用語であっても日常の言葉で説明可能な言葉も含むものとする。また、どのような数式でも「数式の意味的解釈」を行う対象となるわけではない。数式には

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

のように、それだけでは利用目的を持たない数式もあれば、平均余命を求めるための式のように、利用目的を持って構成された数式もある (図1)。「数式の意味的解釈」は、利用目的を持つ数式に対して行うものである。ここで、平均余命の定義式を例にとって「数式の意味的解釈」を説明する。

平均余命の定義式は平均余命を算出するために構成されたものである。特に0歳の平均余命である「平均寿命」はすべての年齢の死亡状況を集約したものとなっており、保健福祉水準を総合的に示す指標としての意義がある（厚生労働省，2016）。また「50歳男性の平均余命が32年の場合、あと10年生きると平均余命は22年である」といった解釈が誤解であるなど、数式から得られた結果の用いられ方に関する限界や注意点が説明される。数式の適用条件の説明としては、平均余命を求めるためには生存数が必要なこと、生存数は統計的な調査をもとに算出されることなどが説明される。数学的構造に関する可能な限りの解釈については、図1のように数式の意味が説明される。

$$e_x = \frac{\int_x^{\infty} l_t dt}{l_x} = \frac{x \text{ 歳の人の余命の和}}{x \text{ 歳の生存数}}$$

（ただし、 l_x : x 歳における生存数）

図1. 数学的構造に関する解釈

このように数式の利用目的や意義、限界や注意点、適用条件、数学的構造に関する可能な限りの解釈を非専門的な言葉を用いて行うことが数式の意味的解釈である。また、数式の意味的解釈は数学教育における表現体系内での記号的表現から言語的表現への写像ではない。したがって数式を言語的表現に写像しても数式の意味的解釈が行われたことにはならない。

3.3 数式の意味的解釈の意義

数式の意味的解釈の意義は、数学的操作に関する知識や専門的な知識を持っていない成人でも、数式の利用目的や意味を非専門的な言葉により理解することができる点にある。数式の意味的解釈は、これまで日常生活において数式と関わるものがほとんどなかった成人に対して、数式との新たな関わり方を示唆するものである。数式の意味的解釈のメタファーとして人と食パンの関与を取り上げる。日常生活における食パンへの関与は、食パンを購入して食すというレベルから、食パンの原材料や製造過程などを理解した上で調理、保存するレベルまで様々である。また、自ら食パンを焼く人もいる。食パンを購入して食すだけの場合、食パンの保存方法や賞味期限を過ぎた食パンの処理に関する知識を受身的に用いる。賞味期限内の食パンは絶対に安全で、賞味期限を過ぎた食パンは安全性が保たれているにも拘わらず家庭用ごみとして処分することも考えられる。一方、原材料や製造過程などを理解することで、調理方法や保存方法を積極的に考えることもできる。また、賞味期限を過ぎたときの食パンの処理方法に関する、より積極的な判断が可能である。ここで、食パンの原材料や製造過程を理解しようとする場合、食パン工場を見学する方法がある。食パン工場の見学では、現実の製造過程を自ら確認することにより、食パンに関する知識を得ることができる。工場にはパン生地を切断するためのデバイダー、形を整えながら発酵させるためのオーバーヘッドプルファー、パン生地を薄く伸ばしながらガス抜きをするためのモルダーといった機械がある。見学者は、これらの機械の仕組みや操作方法がわからなくとも、その機械の利用目的や意味を知ることによって、食パンに関する知識の理解を深めることができる。さらに一步踏み込んで、食パンと工場にある機械をそれぞれ科学理論と数式に置き換えると、数式の操作方法はわからなくとも、その数式の利用目的や意味を理解することで、科学理論に関する知識の理解を深めることができると考えられる。

3. 4 専門用語と日常の言葉のギャップから生起する誤解に対する配慮

専門用語を日常の言葉で説明しようとする場合、言葉の意味を誤解して認識される可能性がある。例えば「または」という言葉は日常でも使われている言葉である。数学における「AまたはB」は「Aのみ」、「Bのみ」、「AとBの両方」を意味する。しかしながら、日常ではこのような使われ方をしない場合がある。例えば、カフェで販売されるランチにおいて「コーヒーまたは紅茶」から選択する場合、どちらか一方を選択することを意味しており、両方を選択することは考えない。記号論理学ではこれらを区別するが、いずれにしても日常における使われ方とは異なることがある。専門用語を日常の言葉で説明しようとした場合に誤解が生起すると考えられる場合は、数式の意味的解釈における「数式の限界や注意点」で予め説明する。このとき、どこまでも専門的な厳密性を求めるのではなく、日常生活における理解の程度を考慮した説明でなければならない。例えば、先に述べた平均余命の式の一部に広義 Riemann 積分

$$\int_x^{\infty} l_t dt$$

が含まれている。この式を「和」とよぶことを許容するかどうかは意見が分かれるところであろう。数学的には広義 Riemann 積分は単純な和とは区別された用語である。したがって、広義 Riemann 積分を和とよぶことが偽りであるという見方もできる。しかしながら、日常生活における理解の程度を考慮した場合、広義 Riemann 積分を和とよぶことを偽りだとは言いきれない。その理由は2つある。第一に、広義 Riemann 積分の定義には Riemann 和が含まれていることである。第二に、学校教育においても児童・生徒の発達段階を考慮して教える内容と方法が異なるからである。広義 Riemann 積分の知識を持たない成人に対しては、成人の持つ概念や知識を用いて理解できるように表現することも大切であるとする。仮に日常生活の水準を超えて数式に關与する必要が生じた場合には、さらに深く専門的な知識を学べばよいのである。

3. 5 現実の科学理論からの乖離の防止

数式の意味的解釈の後に推論を進める場合に注意しなければならないことがある。それは、元の科学理論とは異なる方向に推論が行われる可能性があることである。数式の意味的解釈は科学理論の理解のために行われるものであり、推論の方向が科学理論と異なっている（図2）。論理学者である Russell は自らの発見したパラドックスに対して「型理論」によりパラドックスを防ごうとし

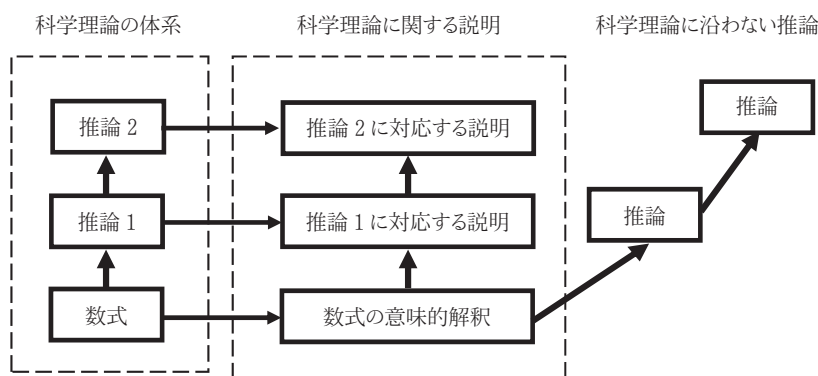


図2. 数式の意味的解釈を伴う推論の方向

た。数学者、数学教育学者としても著名な Freudenthal (1983) は数学をわかりやすく教えようとするあまりに数学とはかけ離れた「おとぎ話」が教えられることを危惧し、「おとぎ話」を防ぐための方法を教授学的現象学にまとめた。Russell が防ごうとしたパラドックスや、Freudenthal が防ごうとした「おとぎ話」と同様に、本論では元の科学理論とは異なる方向へ推論が行われることを防がなくてはならない。意味的解釈が為された内容をもとに行う推論は、元の科学理論に対応していなければならない。

3. 6 数式の正しさに対する批判的な検討の必要性

数学的知識および数学的な操作などを用いれば、数式の正しさを確かめることができる。それでは、数式の意味的解釈を行う場合、数式の正しさはどのように保証されるのであろうか。言い換えると、数式の正しさに対する検討は必要なのであろうか。

数学は数千年の歴史を持つ古い学問領域である。その長い歴史の中で、数学は最も確実であり知識の基盤であるとする数学的プラトン主義が全盛を極めてきた。しかしながら Russell のパラドックスをはじめ、数学内部において生じたパラドックスから数学の信頼性が揺らぎ、数学の暗黒の時代を迎えることとなった。その頃から数学の捉え方について、いくつかの思想が現れている。主な思想としては Frege や Russell の論理主義、Brouwer の直観主義、Hilbert の形式主義である。数学の知識に関するこのような議論は Gödel の不完全性定理により収束へ向かった (菊池, 2014)。数学的プラトン主義の後、可謬主義者であるアーネスト (2015) は構成主義と相互作用主義を結び付け、社会的構成主義を唱えている。社会的構成主義は知識の客観性を統合的に捉えようとする認識論であり、以下の基本原理による。

- 1) 数学的知識の基礎は言語的知識、規約、規則であり、言語 (数学) は社会的構成物である。
- 2) 主観的な数学的知識は、公表後に間主観的な社会的過程を経て受け入れられた客観的な数学的知識へと変わる。
- 3) 客観性それ自体は社会的であると理解される。

本論において意味的解釈を行う数式は社会や科学理論において目的を持って構成されていることから、数式の意味的解釈という考え方は社会的構成主義と整合的である。したがって、基本原理 2 にあげられているように、本論が対象とする数式は間主観的な社会的過程を経て受け入れられた客観的な数学的知識とみることができることから、数式の正しさに対して検討する必要はないと考えられる。

4. まとめ

本論では成人の日常生活における数式との関わりについて数学的リテラシーの視座から検討し、成人期における数式との新たな関わり方として「数式の意味的解釈」を提案した。数式の意味的解釈とは「数式の利用目的や意義、限界や注意点、適用条件、数学的構造に関する可能な限りの解釈を非専門的な言葉を用いて行うこと」である。具体的には以下にまとめた通りである。

【数式の意味的解釈】

- 1) 数式の意味的解釈の対象となる数式は、利用目的を持つ数式に限る。

2) 数式から以下の項目を日常の言葉を用いて説明する。

- (1) 数式の利用目的
- (2) 数式の科学理論における意義
- (3) 数式の科学理論における限界や注意点
- (4) 数式を利用するための適用条件
- (5) 数学的構造に関する可能な限りの解釈

3) 数式の意味的解釈に対する注意

意味的解釈が為された内容をもとに行う推論は、元の科学理論に対応していなければならない。

ここで、成人期の日常生活において、つねに数式の意味的解釈を行うことを提案するものではないことを注意したい。数式が直接関わらない日常生活を送ることも考えられる。したがって、数式の意味的解釈は、成人期における数式との関わり方の1つの方法に過ぎないのである。今後は、本論で提案した数式の意味的解釈を行うための具体的な場について検討するとともに、様々な科学理論に対する意味的解釈を試みるのが課題である。

【引用文献・参考文献】

ブルーナー, J. S. (1966):『教授理論の建設』(田浦武雄, 水越敏行訳), 黎明書房.

アーネスト, P. (2015):『数学教育の哲学』(長崎栄三, 重松敬一, 瀬沼花子監訳), 東洋館出版社.

Freudenthal, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, D. Reidel.

菊池誠 (2014):『不完全性定理』, 共立出版.

厚生労働省 (2016): 平成 27 年簡易生命表の概況.

(<http://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/life/life15/index.html>, 2017 年 2 月 18 日最終確認)

國本景亀 (1990): 第 5 章「式表現」, 『算数・数学教育学』(岩合一男編), 福村出版.

長崎栄三 (2014): 数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究

『日本学術振興会科学研究費補助金萌芽研究・研究資料集』.

(<http://hdl.handle.net/10297/7656>, 2017 年 6 月 14 日最終確認)

中原忠男 (2001):『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文新社.

浪川幸彦 (2008): 日本人が身に付けるべき科学技術の基礎的素養に関する調査研究 21 世紀の科学技術リテラシー像～豊かに生きるための智～プロジェクト 数理科学部会報告書.

(<http://www.science-for-all.jp/>, 2011 年 2 月 18 日最終確認)

西村和雄編 (2001):『教育が危ない 1 学力低下が国を滅ぼす』, 日本経済新聞社.

遠山啓 (1978):『遠山啓著作集 数学教育論シリーズ 5 量とはなにか I 内包量・外延量』, 太郎次郎社.

(ささき たかひろ 総合教育センター)